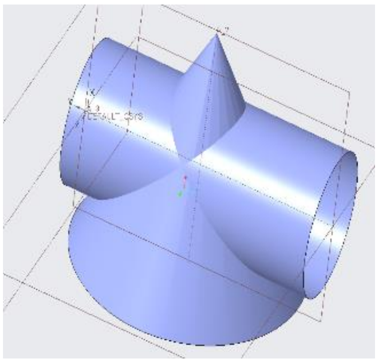
MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR
MATEMATIKAI INTÉZET

GYAKORLÓ FELADATLAPOK AZ ÁBRÁZOLÓ GEOMETRIA CÍMŰ TANTÁRGY ELSAJÁTÍTÁSÁHOZ IPARI TERMÉK ÉS FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA



KÉSZÍTETTE

Óváriné Dr. habil. Balajti Zsuzsanna

egyetemi docens

Miskolc, 2023.

ELŐSZÓ

A *Konstruktív geometriai tervezés és modellezés* tantárgy magába foglalja az alapját képező *klasszikus ábrázoló geometriai alapismereteket kitekintésekkel* az ipari formatervezés és modellezés során felmerülő feladatok *kivitelezhető geometriai megközelítés*eire.

Az *ábrázoló geometriának* közismerten *két területen van meghatározó jelentősége*.
A térbeli objektumok síkra történő egy-egy egyértelmű leképezése után *a térbeli objektumokra vonatkozóan konstrukciók készíthetők a rajz síkjában*.
Az ábrázoló geometria másik kulcsfontosságú jelentősége a háromdimenziós, térben lévő tárgyak *matematikai vizuális észlelés*ének *a* kialakítása.

A kurzus legfőbb *célja* az, hogy *az ábrázoló geometria művelőjében kialakuljon a tér vizuális geometriai érzékelésével* egy olyan *praktikus térszemlélet, mely már a tervezés során számol a modellkészítés lehetőségeivel és korlátaival és vezet létrehozható megoldáshoz*, amit a *szerkesztőmunka készség*ének kifejlesztésével képes közölni is a formatervező.

A tananyagban rendszerbe foglalásra kerültek a tervezőmérnöki gyakorlat számára nélkülözhetetlen alapvető geometriai ismeretek és azon átfogó elvek, melyek tárgyalásával az önálló alkalmazási képesség kifejlesztése a cél. A tárgyalás módszere alkalmazkodik a konstrukciós szaktárgyak igényeihez azért, hogy a hallgató, formatervező mérnök jelölt a mérnöki feladatok geometriai tartalmát sikeresen felismerje, eredményesen megküzdjön a felmerült kérdés szabatos geometriai megfogalmazásával, és önállóan jusson konstruktív megoldáshoz. Az elméleti tananyag gondos tanulmányozása és a gyakorlati feladatok önálló megoldása szoros egységben *fejleszti a készséget a térbeli objektumok bijektív ábrázolására és a térgeometriai feladatoknak a rajz síkjában történő konstruktív megoldására*.

A gyakorló feladatlapok példái a Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karának *ipari termék és formatervező mérnök* BSC szak hallgatói számára a Konstruktív geometriai tervezés és modellezés tantárgy oktatása keretében elsajátítandó tématerületekhez kapcsolódnak, ugyanakkor más karok hallgatói számára is hasznos a kimunkálásuk.

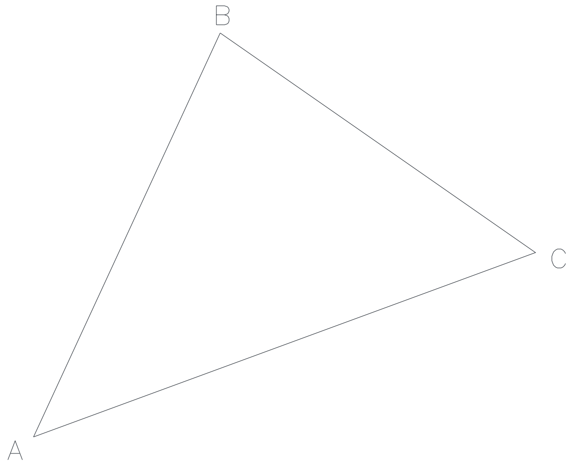
A gyakorló feladatlapok ábrái az AutoCAD2021 tervező szoftverrel készültek.

Miskolc, 2023, szeptember

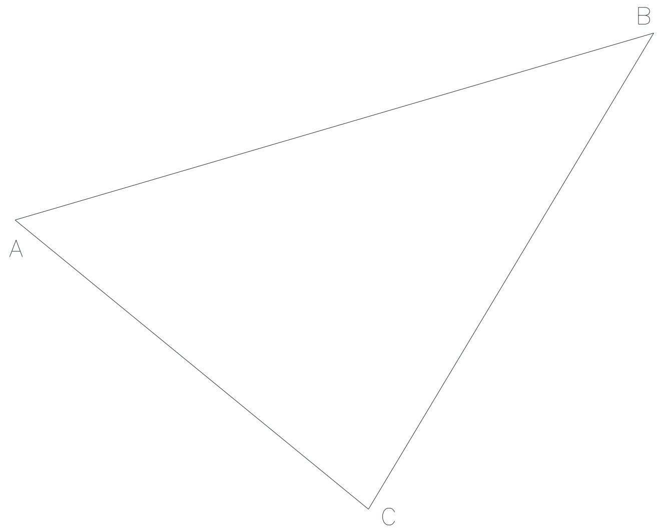
A szerző

1. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

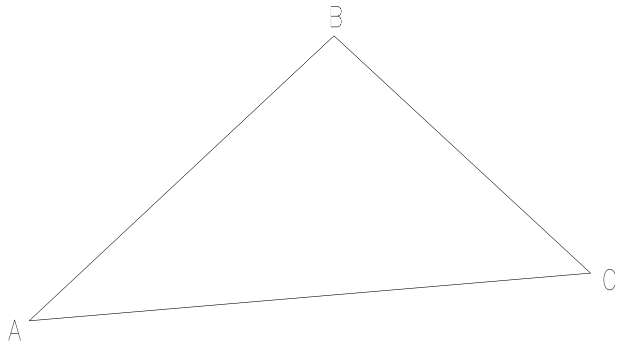
Szerkessze meg az adott **ABC** hegyesszögű háromszög köré írható körének **K** középpontját!



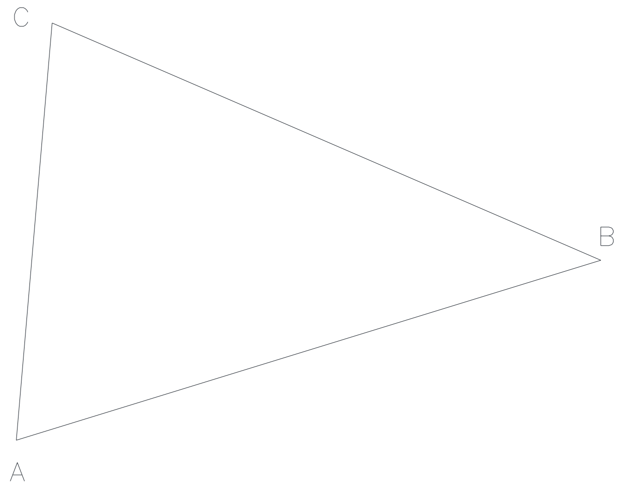
Szerkessze meg az adott **ABC** háromszög beírható körének **O** középpontját!



Határozza meg az adott **ABC** tompaszögű háromszög **M** magasságpontját!

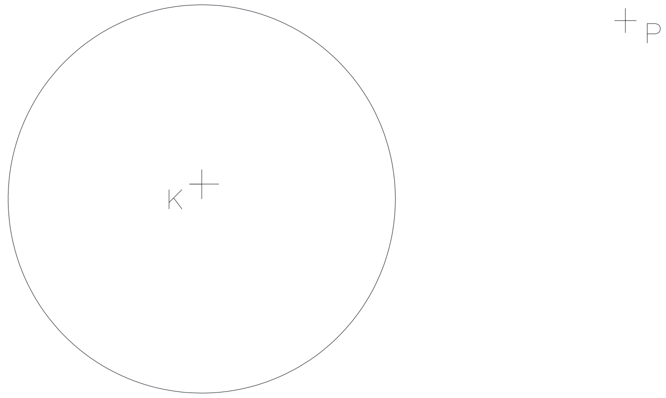


Szerkessze meg az adott **ABC** hegyesszögű háromszög **S** súlypontját!!



Szerkessze meg azt az **ACB** *derékszögű háromszöget*, melynek az adott **AC** szakasz az átfogója, valamint az **A** csúcspontja mellett lévő szöge **α**=**30°**, és a **B** csúcspontja az **AC** szakasz fölött van!

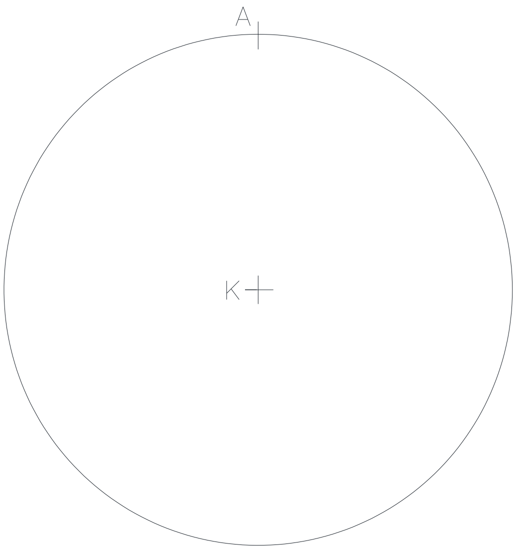
Szerkesszen érintőket az adott **K** középpontú körhöz a szintén adott **P** pontból!



Szerkessze meg azt az ACB *szabályos háromszöget*, melynek egyik oldaléle az adott AB szakasz, és a C csúcspontja az AB szakasz fölött helyezkedik el!

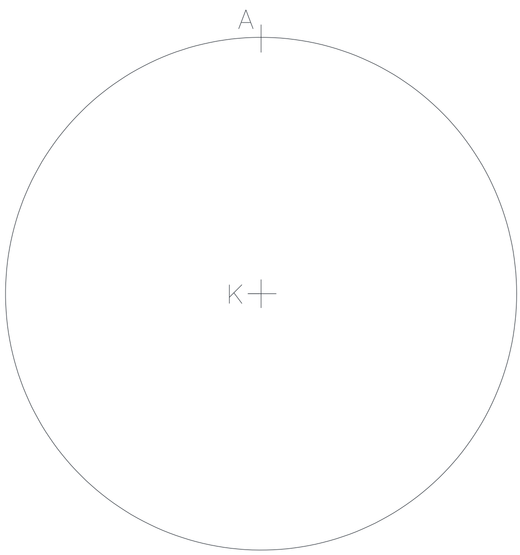
Szerkessze meg azt az ACBD *négyzetet*, melynek átlója az adott AD szakasz!

Szerkessze meg azt a K középpontú körbe írt *szabályos hatszöget*, melynek egyik csúcspontja a kör ívén megadott A pont!



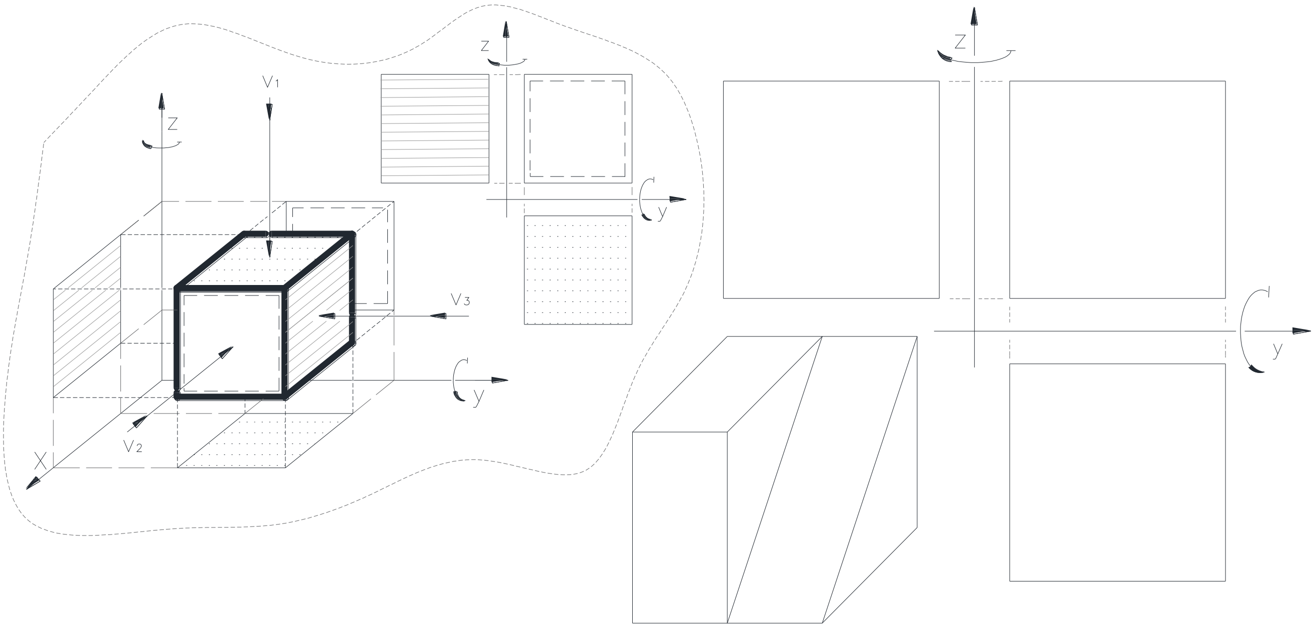
Szerkessze meg arányos osztással az AB szakasz 2/5 hosszúságú részét!

Szerkessze meg az adott K középpontú körbe írt szabályos *ötszöget*, melynek egyik csúcspontja a köríven megadott A pont!

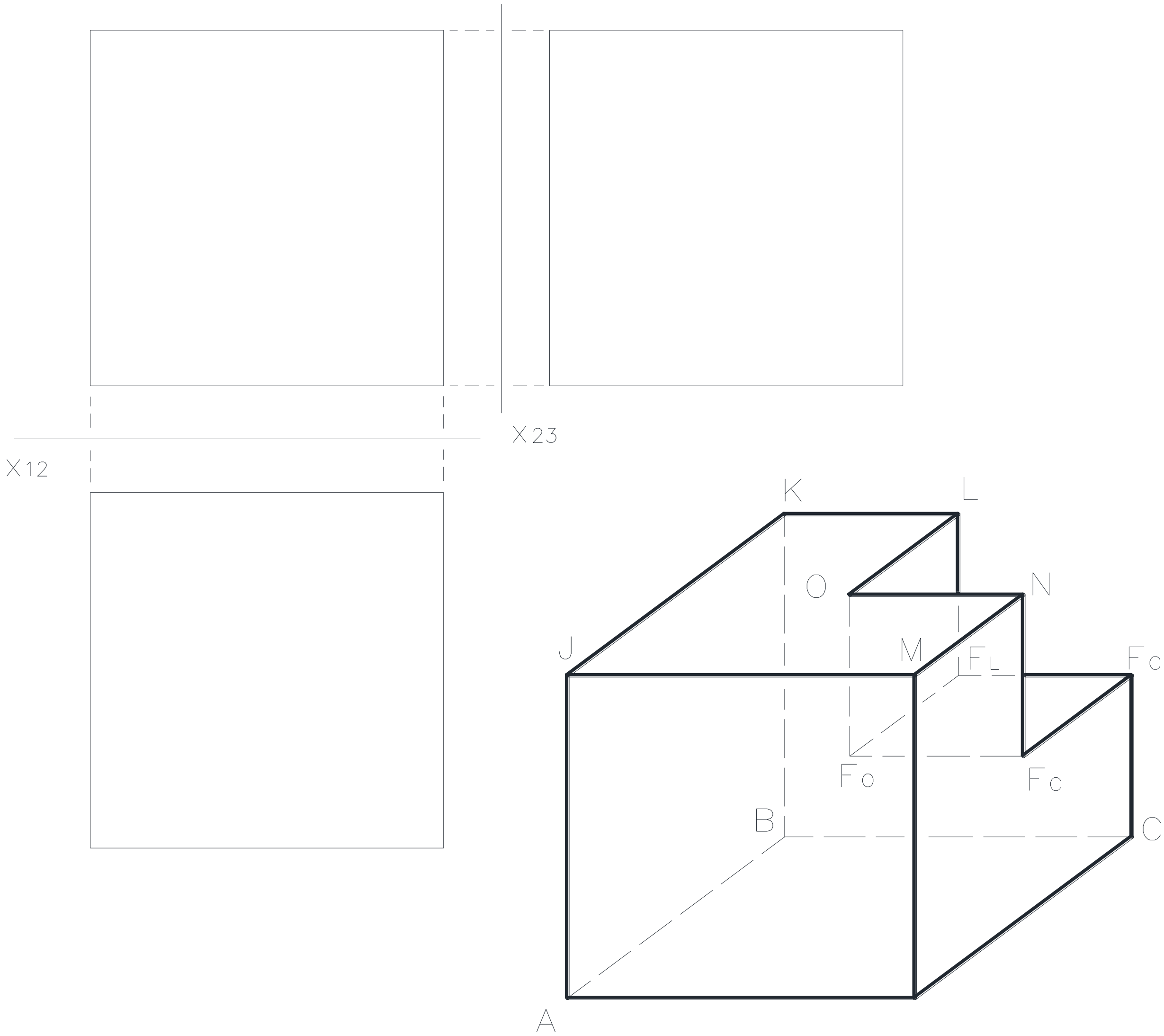


2. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

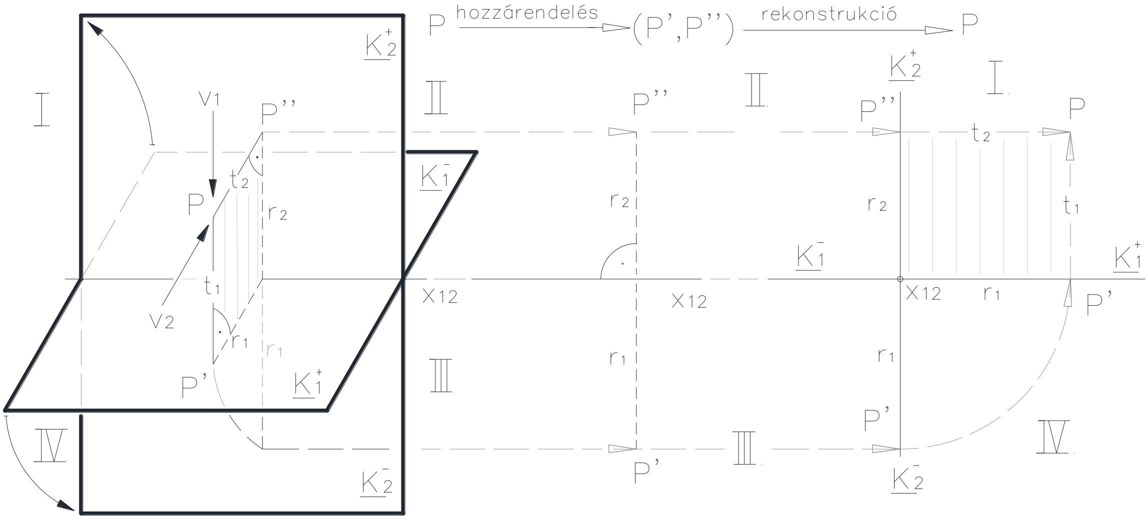
Határozza meg a három nézet képzésének szabályai szerint a csonkolt kocka felülnézetét a $\mathbf{v}_1$, elölnézetét a $\mathbf{v}_2$ és oldalnézetét a $\mathbf{v}_3$ vetítési irányból!



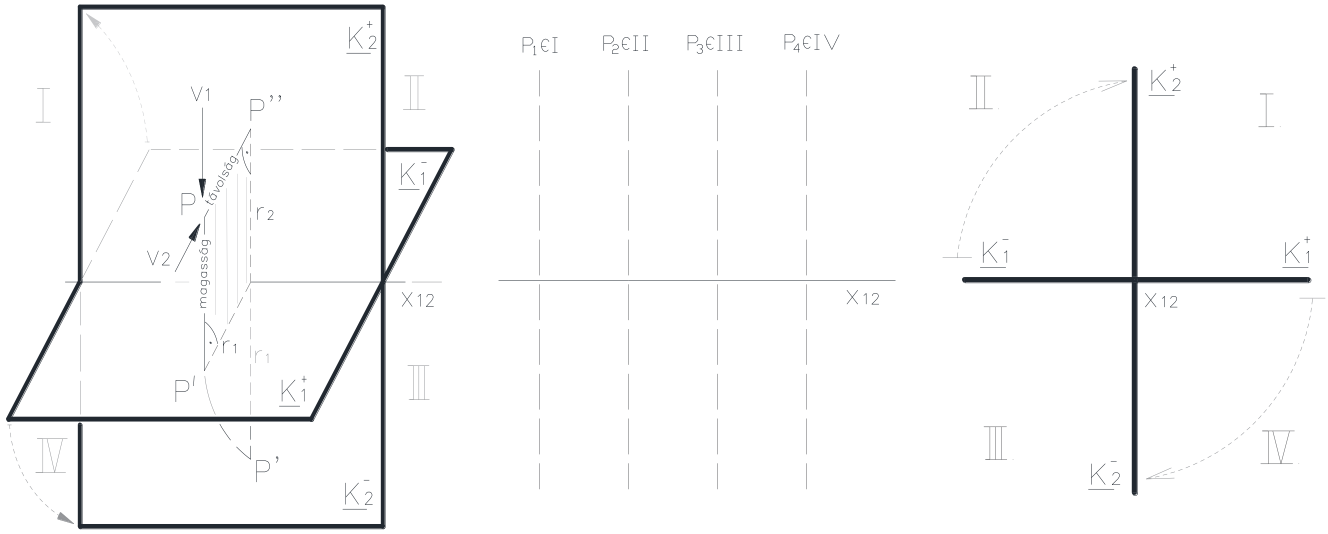
Határozza meg az axonometrikusan vázolt csonkolt kocka és a csúcsain jelölt pontok rendezett vetületeit!



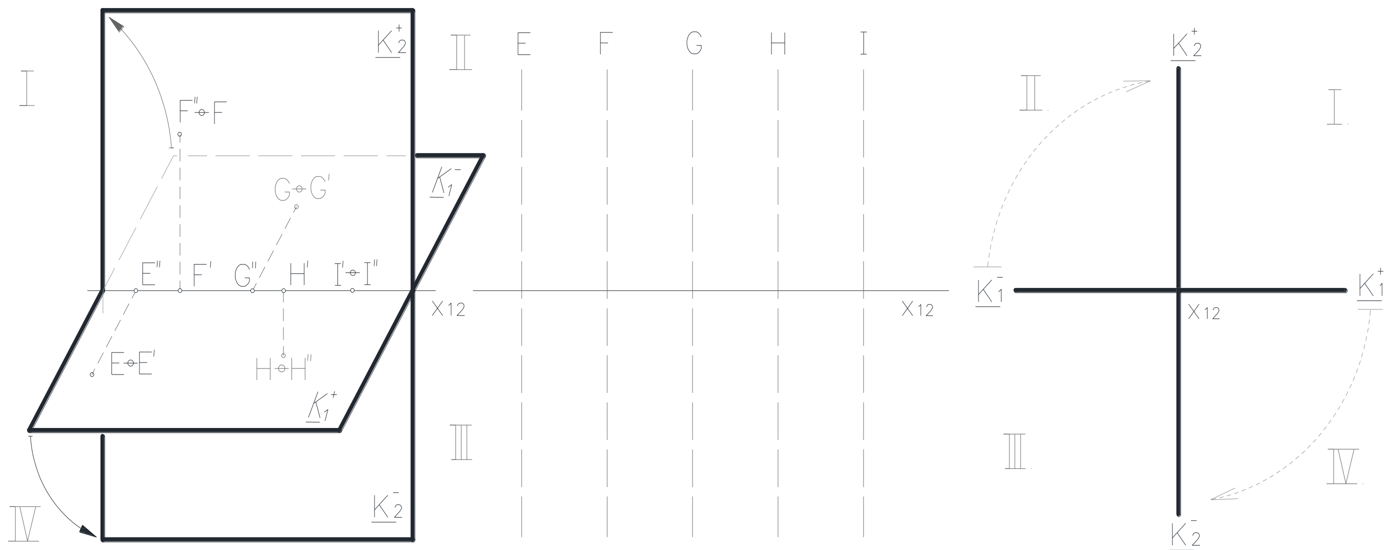
Monge: „… az Ábrázoló Geometria a 3 dimenziós tárgyaknak a 2 dimenziós, egyértelműen rekonstruálható ábrázolása ...”



Ábrázolja az I., II., III. és IV. térnegyedben a $\underline{K}_1$ képsíktól **±20mm** távolságra, illetve a $\underline{K}_2$ képsíktól **±10mm** távolságra lévő **P**$_1$, **P**$_2$, **P**$_3$ és **P**$_4$ pontokat a megadott rendezőkön!

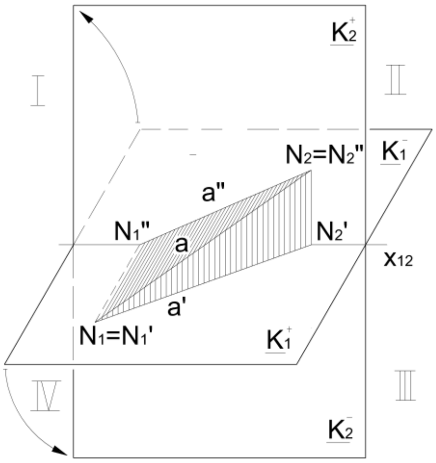


Határozza meg az axonometrikus ábrán szemléltetettek szerint a képsíkokra illeszkedő pontokat úgy, hogy legyen a $\underline{K}_2$ képsík és az **E**, **G** pontok közti távolságkülönbség **±15mm**, a $\underline{K}_1$ képsík és az **F**, **H** pontok közti magasságkülönbség **±22mm** legyen, valamint az **I** pont illeszkedjen az $\mathbf{x}_{12}$ tengelyre!



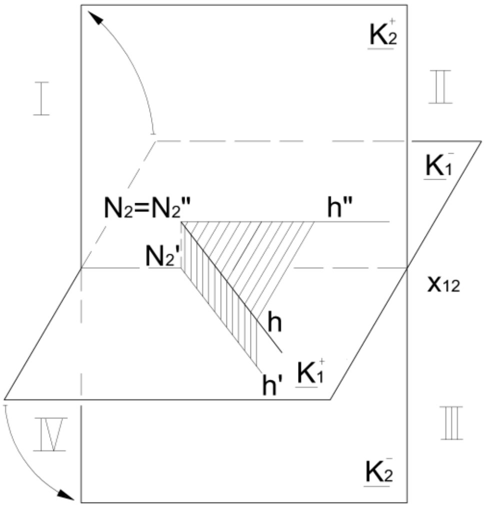
3. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Modellezze (rajzeszközeivel), majd ábrázolja az **a** általános helyzetű egyenest úgy, hogy az $\overline{N_1 x_{12}} = 35mm$, az $\overline{N_2 x_{12}} = 20mm$ és az $\overline{N_1'' N_2'} = 55mm$, majd illesszen rá egy tetszőleges **A** pontot!



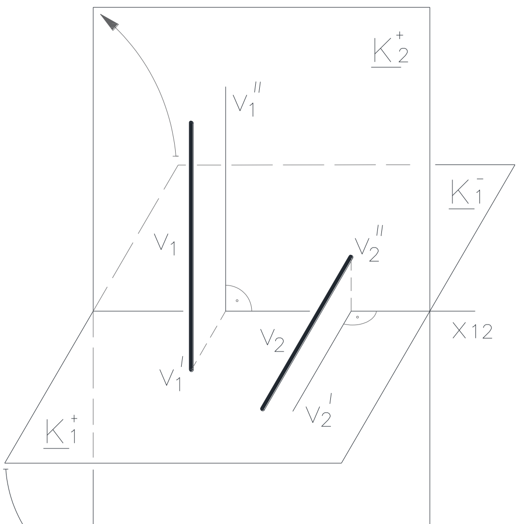
x1,2

Ábrázoljon egy $\underline{K}_2$ képsíkkal α_2=30° szöget bezáró, és a $\underline{K}_1$ képsík fölött **10mm** magasságban lévő **h** horizontális egyenest! Határozza meg a **h** nyompontját, majd a nyomponttól **20mm** távolságra lévő **A** pontját az **I.** térnegyedben!



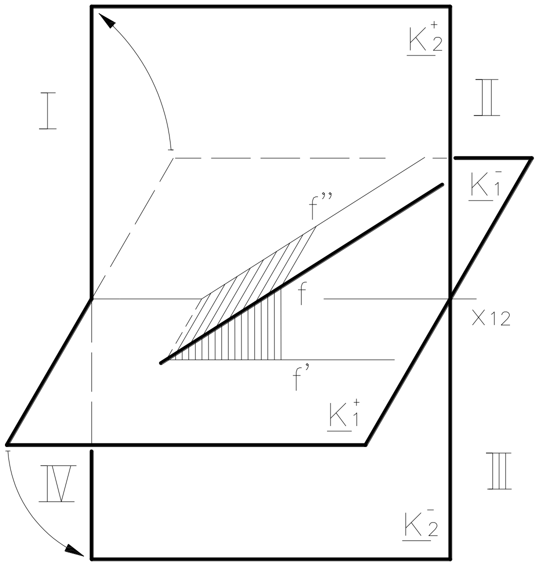
x1,2

Ábrázolja a $\underline{K}_2$ képsíktól **15mm** távolságra lévő **v**$_1$, illetve a $\underline{K}_1$ képsíktól **25mm** magasságra lévő **v**$_2$ vetítősugarakat, majd illesszen rájuk egy-egy **20mm** hosszúságú szakaszt az **I**. térnegyedben a láthatóság jelölésével!

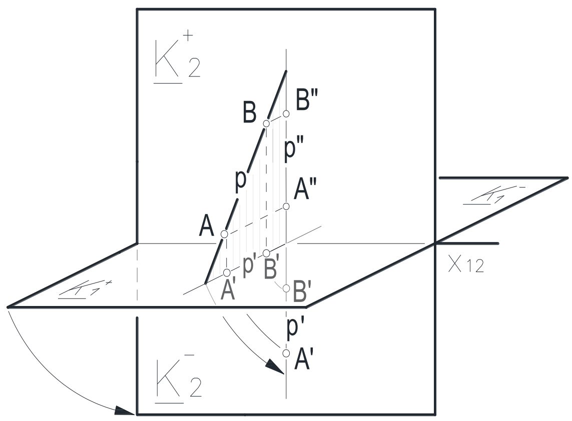


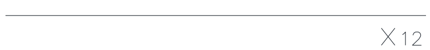
x1,2

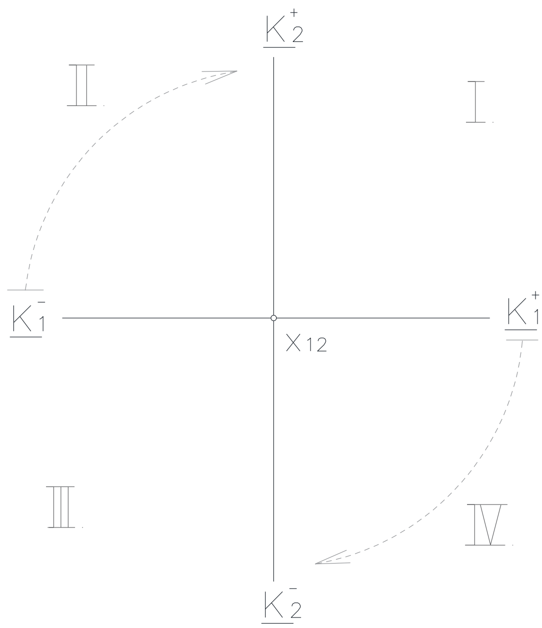
Ábrázoljon egy $\underline{K}_1$ képsíkkal **α_1=45°** szöget bezáró és a $\underline{K}_2$ képsík előtt **10mm** távolságra lévő **f** frontális egyenest, majd határozza meg a nyompontját, illetve a nyomponttól **20mm** távolságra lévő **A** pontját az **I**. térnegyedben!



Ábrázoljon egy **p** profil egyenest a $\underline{K}_1$ képsíktól **10mm** magasságra, a $\underline{K}_2$ képsíktól **20mm** távolságra lévő **A**, továbbá a $\underline{K}_1$ képsíktól **25mm** magasságra, a $\underline{K}_2$ képsíktól **10mm** távolságra lévő **B** pontjával, majd határozza meg a nyompontjait! Végül szerkessze meg a profil egyenes **15mm** magasságban lévő **C** pontjának két képét is!

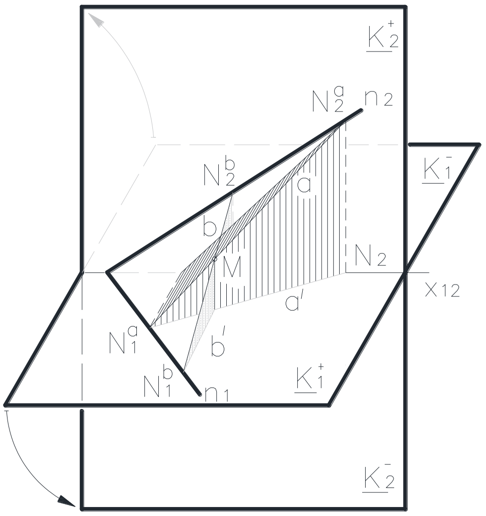


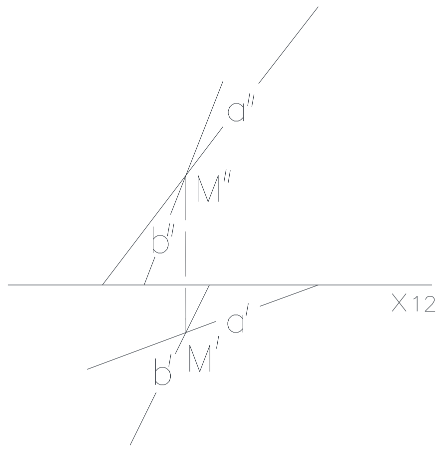




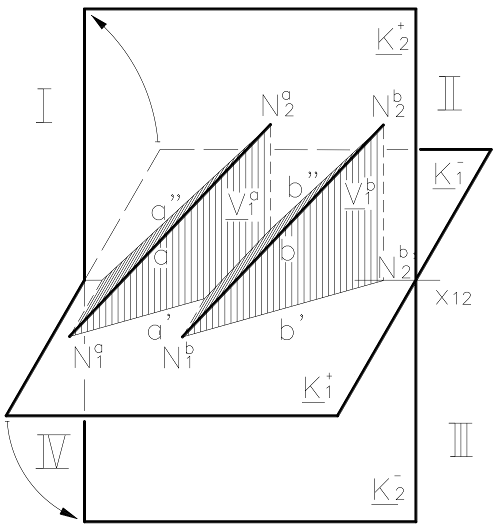
4. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

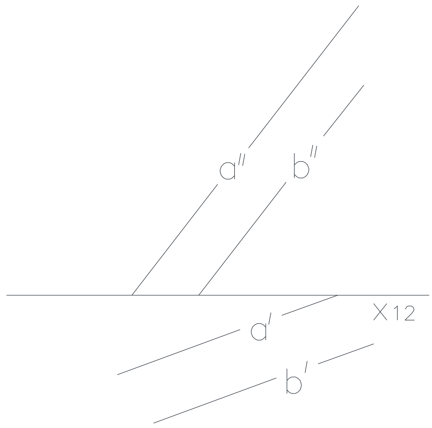
Szerkessze meg az S[a,b] metsző egyenespárral adott sík n_1 és n_2 nyomvonalát!



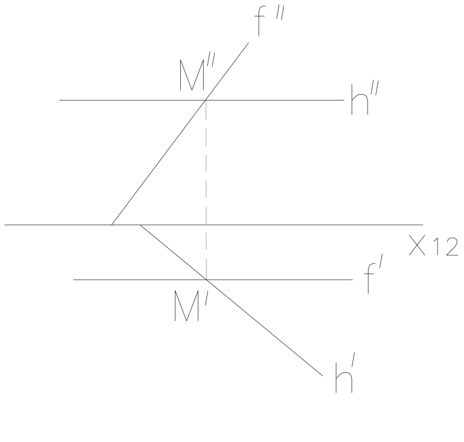


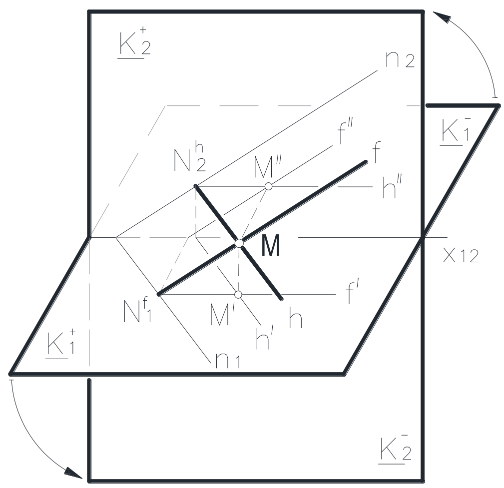
Szerkessze meg az S[a,b] párhuzamos egyenespárral adott sík n_1 és n_2 nyomvonalát!





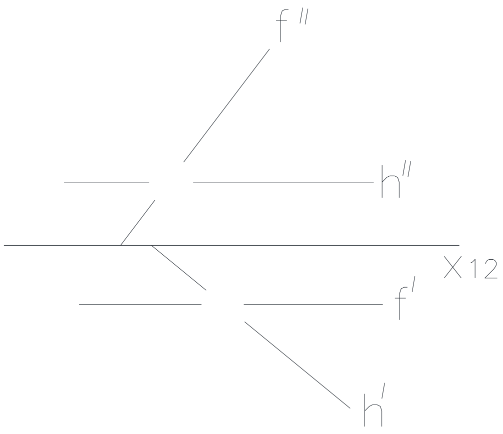
Határozza meg a metsző h és f fővonalakkal adott S sík n_1 és n_2 nyomvonalát!

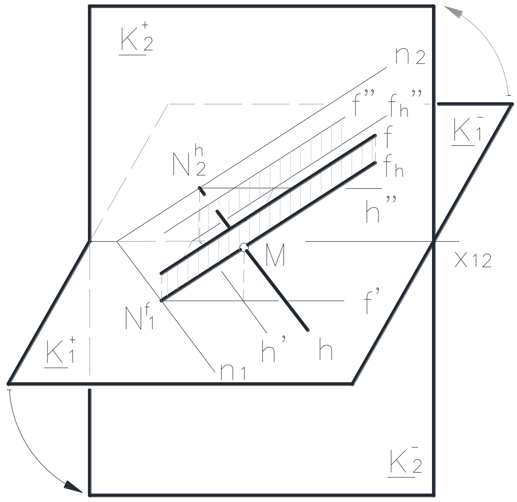




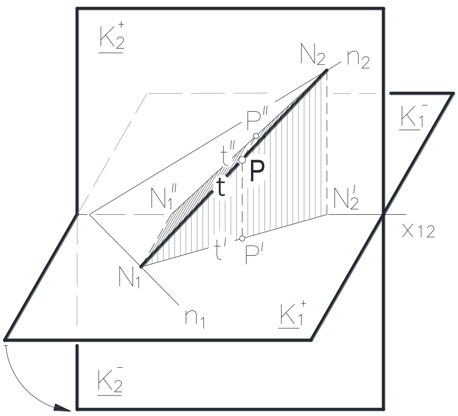
Óváriné Dr. habil. Balajti Zsuzsanna

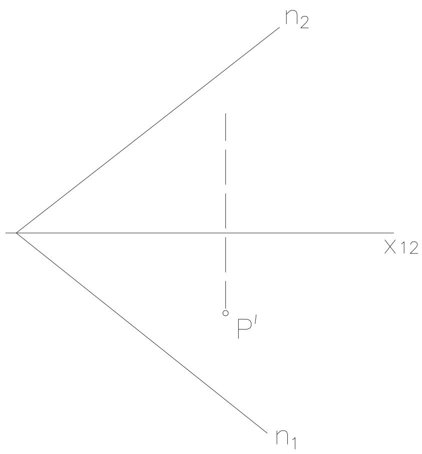
Tüntesse fel a kitérő helyzetű **h** és **f** fővonalak láthatóságát! Határozza meg az **f** frontálissal párhuzamos **h** horizontálisra illeszkedő <u>**S**</u> síkot!



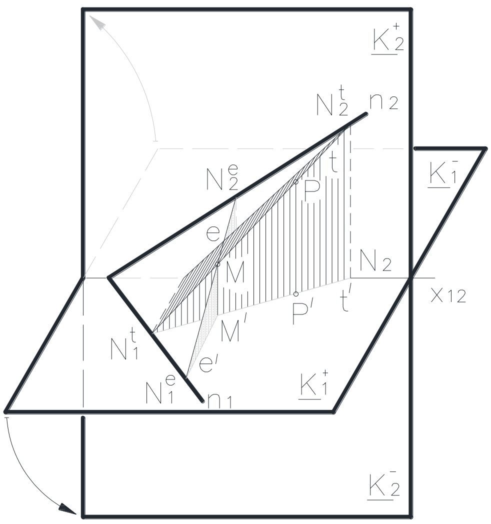


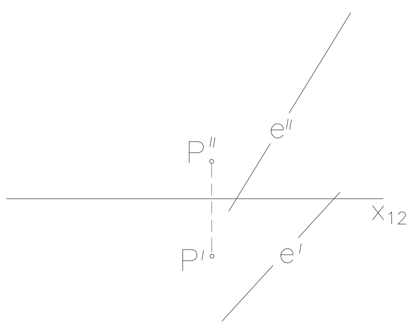
Adott az <u>**S**</u> sík nyomvonalaival és a **P** pont **P**’ első képe. Jelölje ki a **P**’ rendezőjén a pont **P**” második képét úgy, hogy a **P** pont illeszkedjen az <u>**S**</u> síkra!



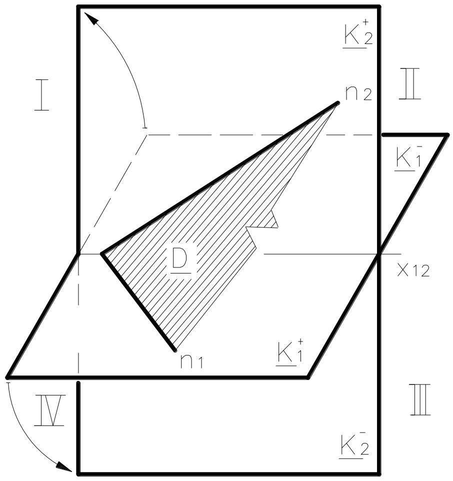


Szerkessze meg az adott **P** pont és a rá nem illeszkedő, szintén adott **e** egyenes által meghatározott <u>**S**</u> sík nyomvonalait!





5. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

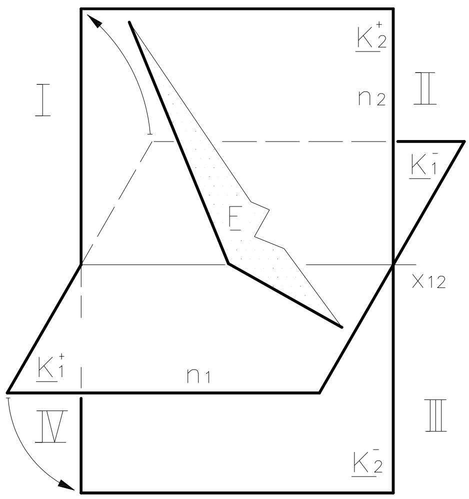


Ábrázoljon nyomvonalaival egy dőlt síkot, majd illesszen rá egy **D** pontot!

$x_{1,2}$

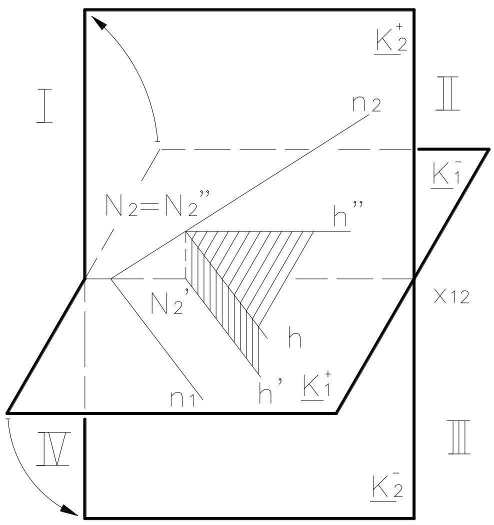
Ábrázoljon nyomvonalaival egy feszített síkot, majd illesszen rá egy **f** frontális egyenest!

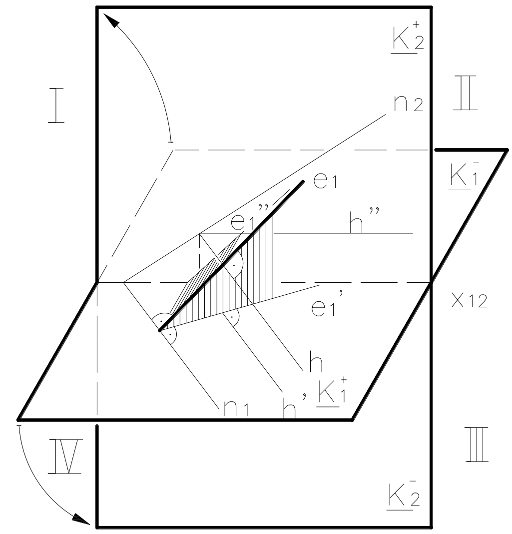
$x_{1,2}$



Adjon meg egy dőlt síkot nyomvonalaival, majd szerkessze meg a $\underline{K}_1$ képsík felett **10mm** magasan lévő **h** horizontális egyenesét!

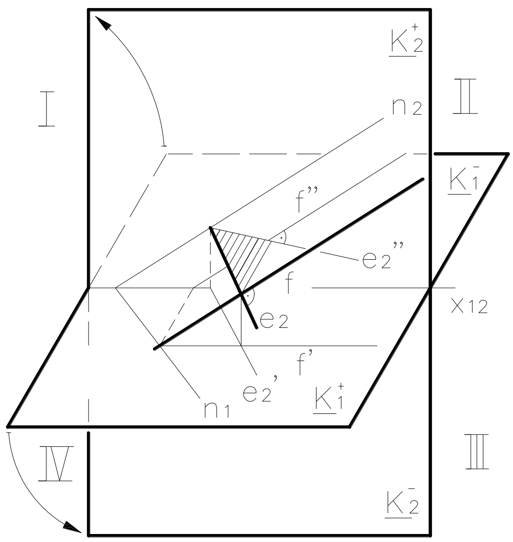
$x_{1,2}$

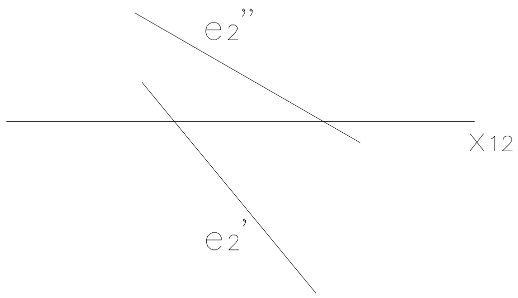




Adjon meg egy dőlt síkot nyomvonalaival, majd ábrázoljon a síkon egy **e**$_1$ első esésvonalat!

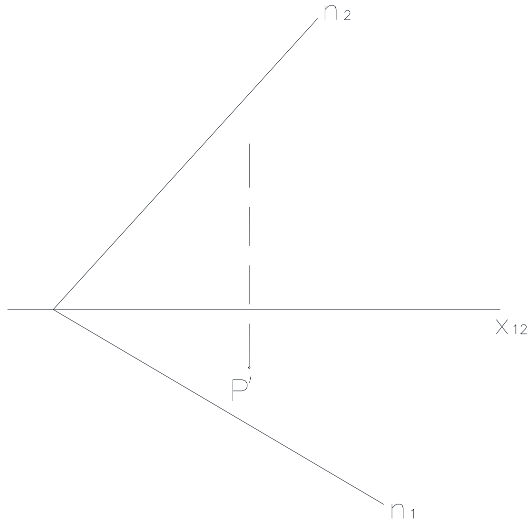
Szerkessze meg az **e**$_2$ *második esésvonalával adott* sík nyomvonalait!





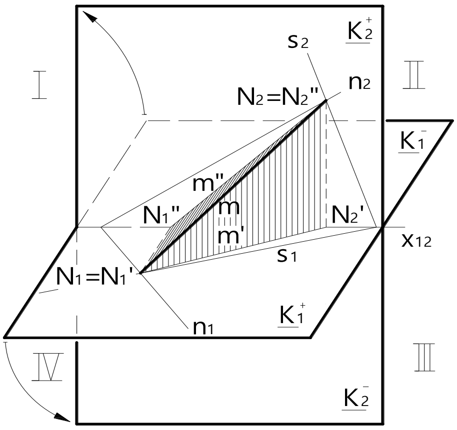
Adott egy sík **n**$_1$ és **n**$_2$ nyomvonalával, továbbá és egy **P** pont első képével.

Szerkessze meg a síkra illeszkedő **PRST** téglalap mindkét képét úgy, hogy a horizontális helyzetű **PR** oldalának hossza ***a***=**22mm** legyen, és a **T** csúcspontja illeszkedjen a **K**$_2$ képsíkra!



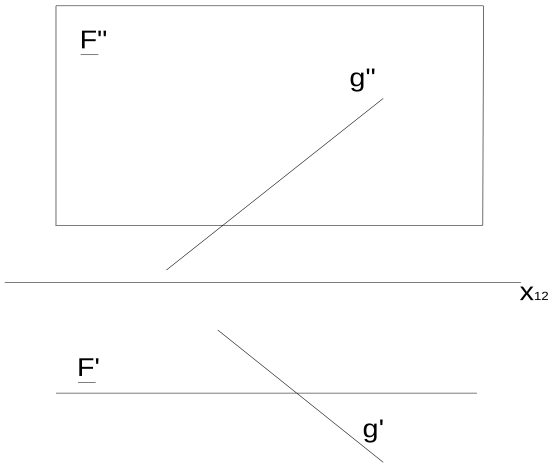
6. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Ábrázoljon az [n_1,n_2] és az [s_1,s_2] nyomvonalakkal egy-egy dőlt síkot, majd határozza meg az **m** metszésvonalukat!

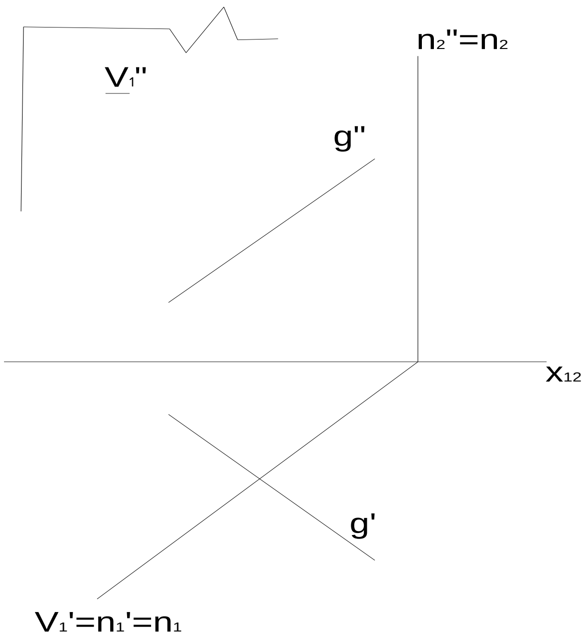


$x_{1,2}$

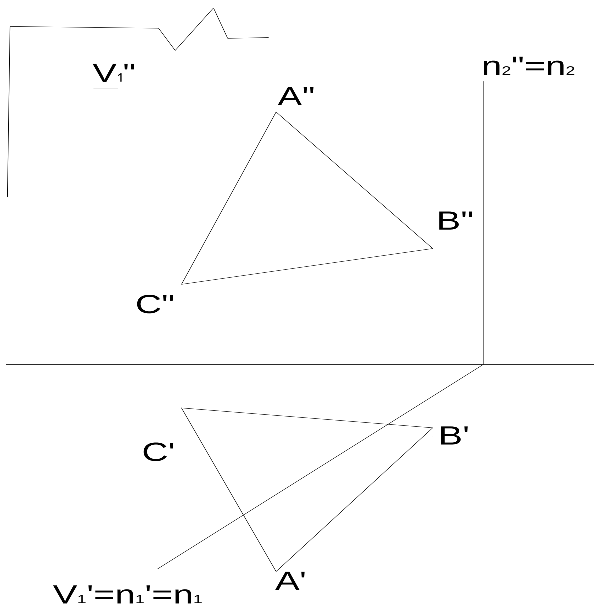
Határozza meg az adott F frontális sík és az általános helyzetű **g** egyenes **D** döféspontját, majd tüntesse fel a láthatóságot!

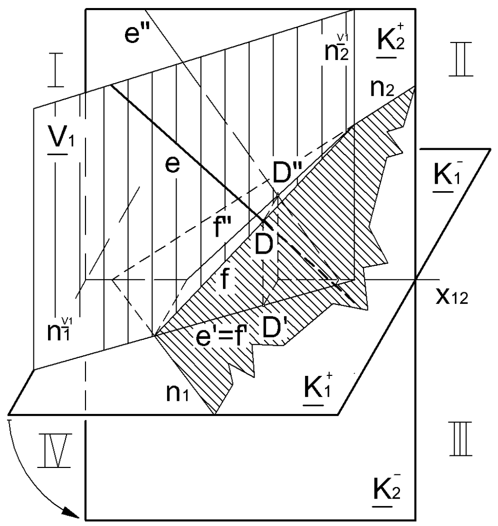


Határozza meg az adott V_1 első vetítősík és az általános helyzetű **g** egyenes **D** döféspontját, majd és tüntesse fel a láthatóságot!

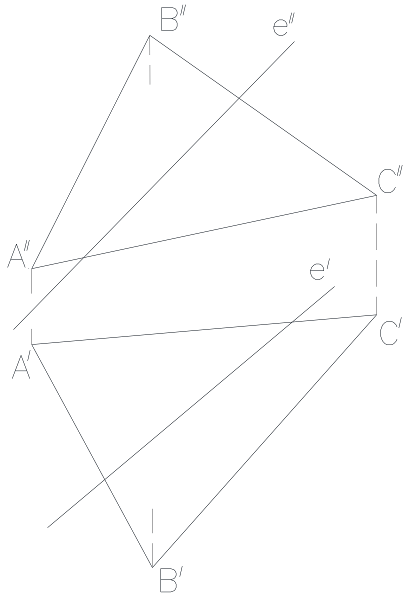


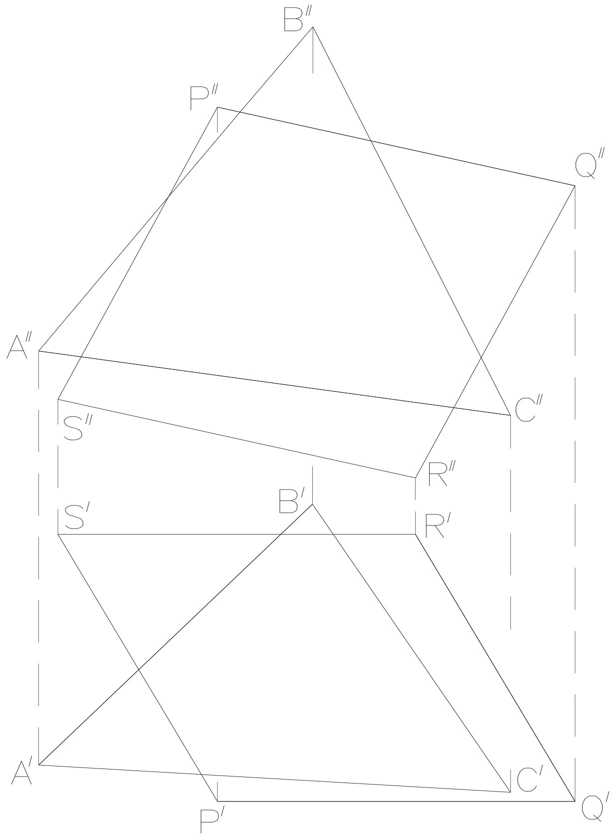
Határozza meg az adott V_1 első vetítősík és a három pontjával adott S[ABC] általános helyzetű sík **m** metszésvonalát, majd tüntesse fel a láthatóságot!





Határozza meg az S[ABC] sík és az **e** egyenes D döféspontját a vázlat szerint, az **e** egyenesnek az S[ABC] *síkra illeszkedő* **f** első fedőegyenesét alkalmazva, majd tüntesse fel a láthatóságot!



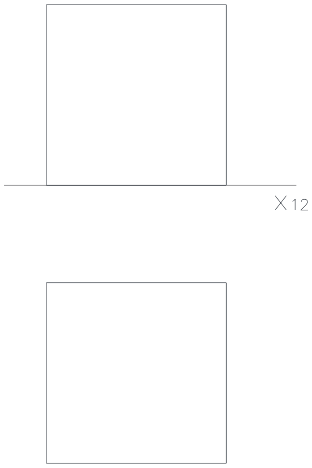


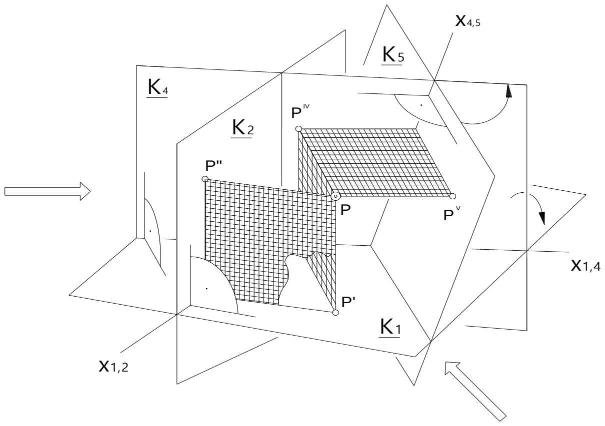
Határozza meg az S_1[ABC] és az S_2[PQRS] síkidomok **m** metszését, majd tüntesse fel a láthatóságukat!

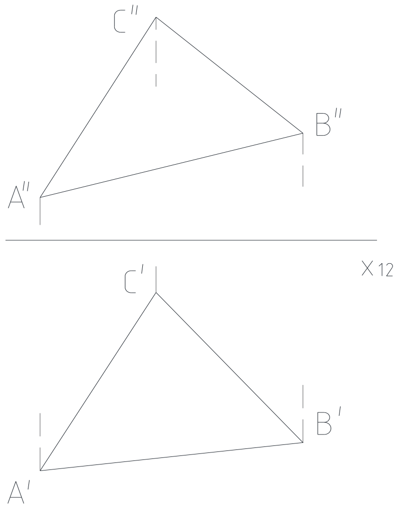
Vázolja a megoldást!

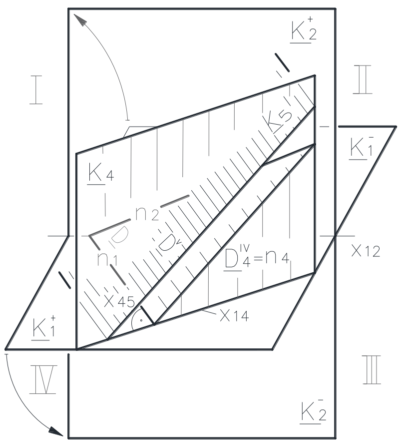
7. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Jelölje a $\underline{K}_1$ képsíkon álló kocka csúcsait, majd készítsen róla *képies képet* a $\underline{K}_1$ képsíkhoz kapcsolt $\underline{K}_4$ képsíkra történő transzformációval, majd a $\underline{K}_4$ képsíkhoz kapcsolt $\underline{K}_5$ képsíkra történő transzformációval!



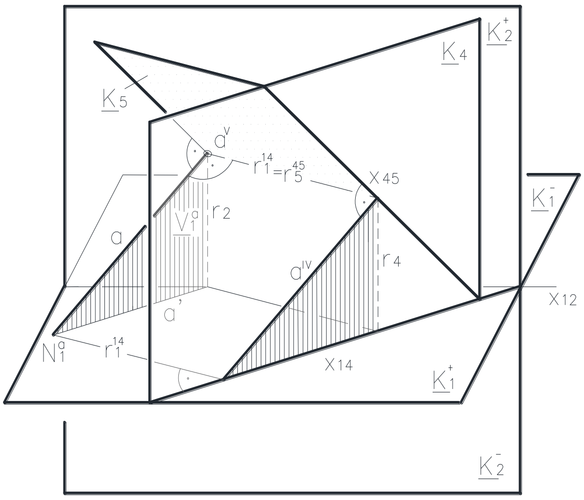


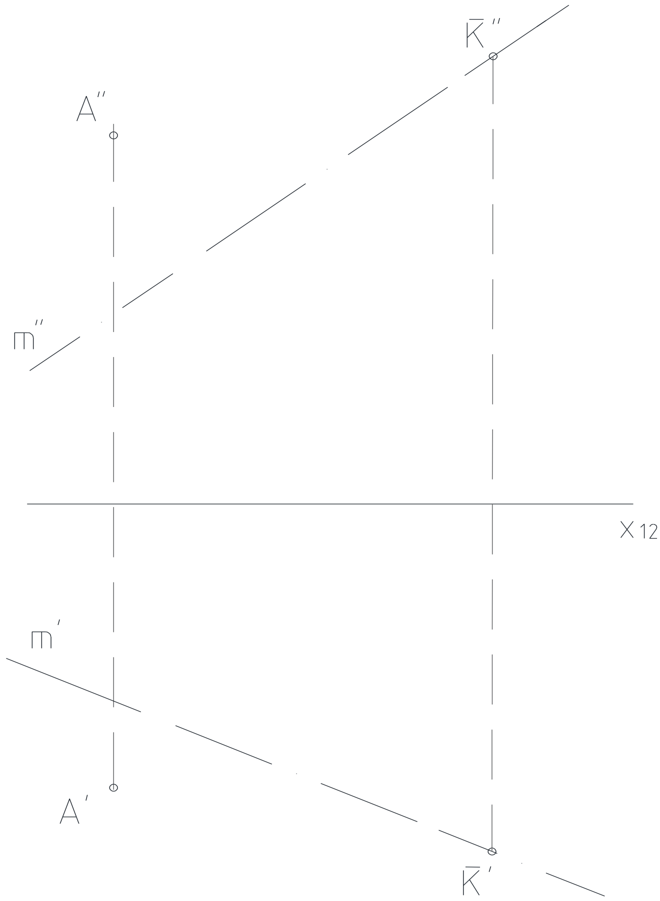


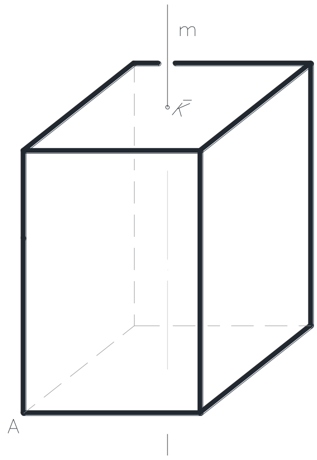


Határozza meg az adott **ABC** háromszög valódi nagyságát, és az **M** magasságpontját!

Ábrázolja új képsíkok alkalmazásával azt a négyzet alapú egyenes hasábot, mely alapnégyzetének egyik csúcspontja az adott **A** pont, magasságegyenese a szintén adott **m** egyenes rajta a fedőnégyzet középpontjával! Tüntesse fel a láthatóságot is!

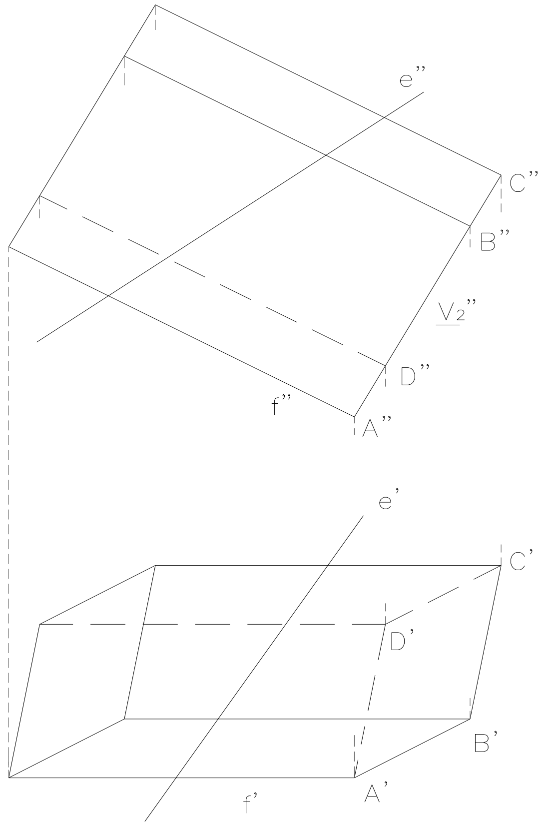


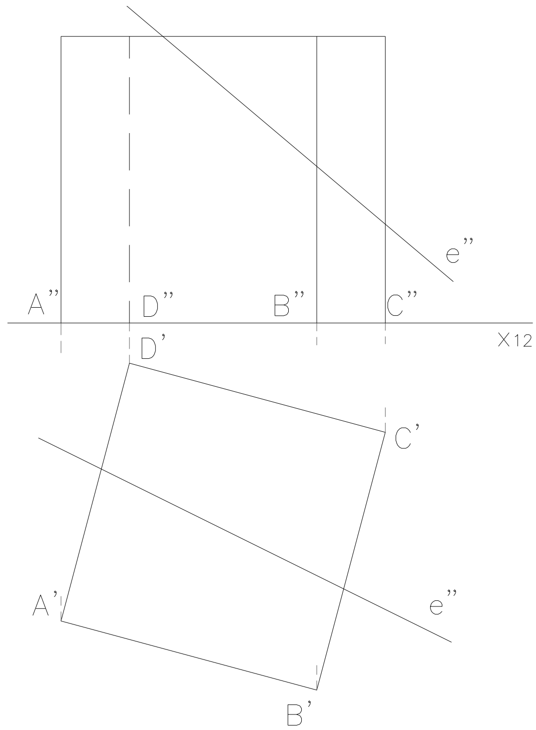




8. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Határozza meg a <u>K</u>$_1$ képsíkon álló, négyzet alapú egyenes hasáb és az **e** egyenes döféspontjait, majd tüntesse fel a láthatóságukat!

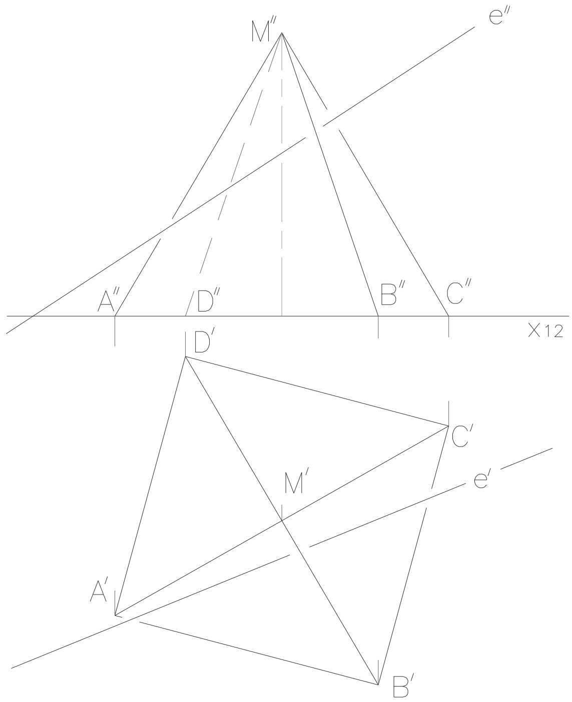


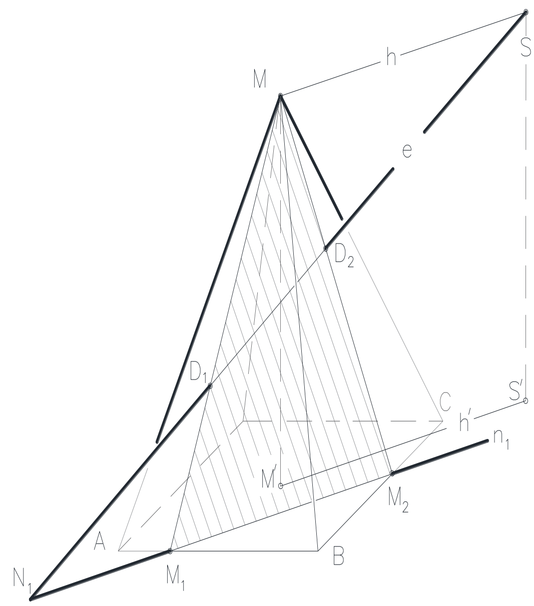


Szerkessze meg a <u>V</u>$_2$ második vetítősíkon álló egyenes hasáb és az **e** egyenes döféspontjait, majd tüntesse fel a láthatóságukat!

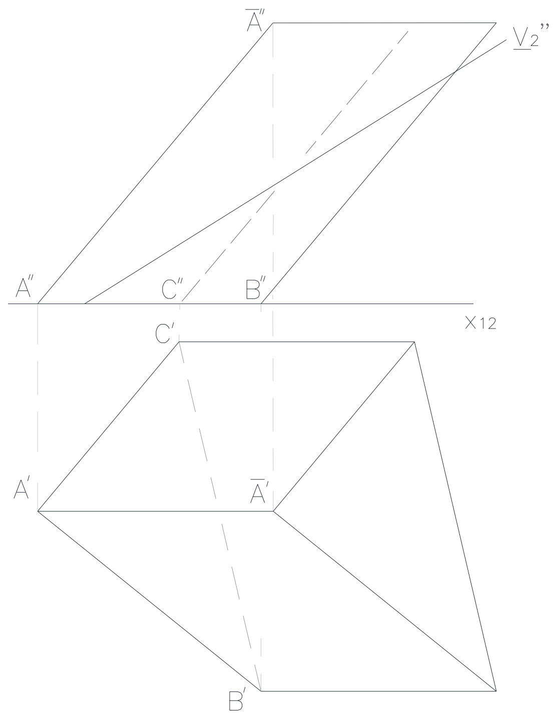
Készítse el az adott, <u>K</u>$_1$ képsíkon álló négyzet alapú egyenes gúla és a szintén adott **e** egyenes döféspontjait az [**Me**] segédsík alkalmazásával, majd tüntesse fel a láthatóságukat!

A megoldáshoz használja axonometrikus vázlatot!

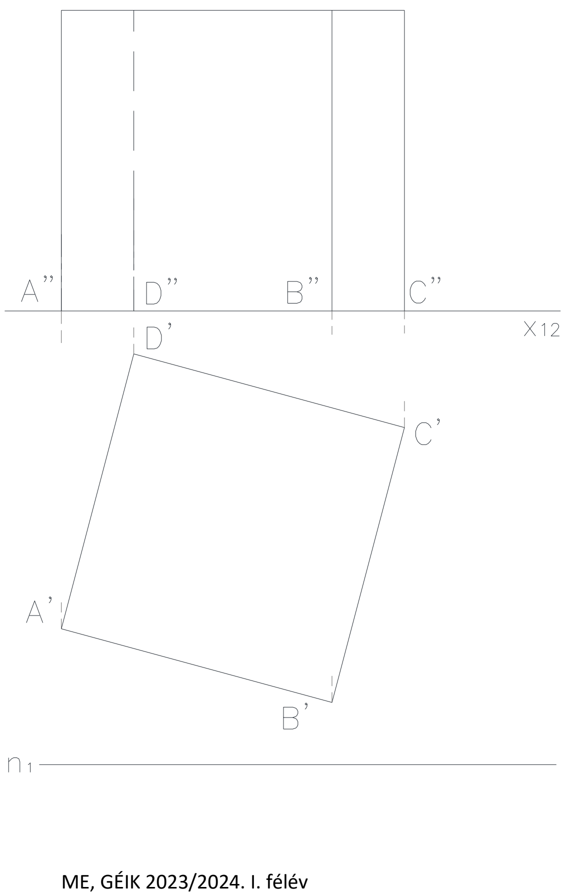




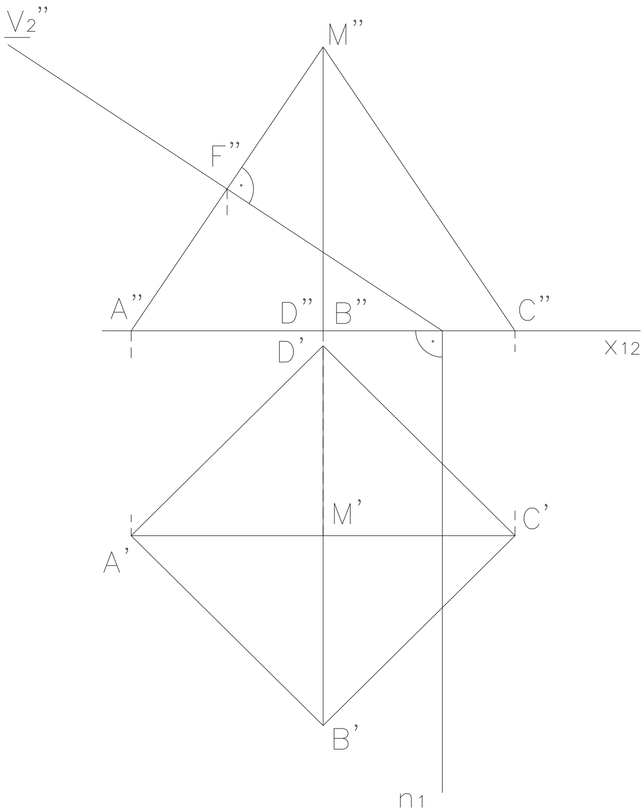
Határozza meg a $\underline{K}_1$ képsíkon álló, adott ferde hasáb és a szintén adott $\underline{V}_2$ második vetítősík metszését! Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti *palástrész láthatóságát*, majd szerkessze meg a síkmetszet valódi nagyságát!



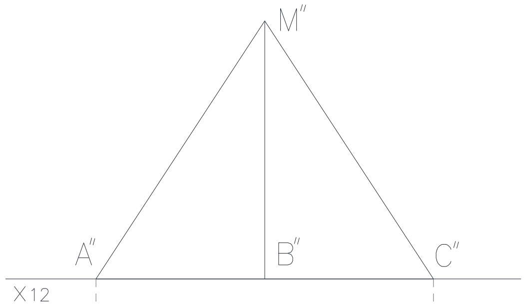
Készítse el a $\underline{K}_1$ képsíkon álló, négyzet alapú egyenes hasábnak a metszését azzal az $\mathbf{n}_1$ első nyomvonalra illeszkedő $\underline{V}_3$ harmadik vetítősíkkal, amelynek az $\boldsymbol{\alpha}_1$ első képsíkszöge 30°! Tüntesse fel az alapsík és a metszősík közti *palástrész* láthatóságát!



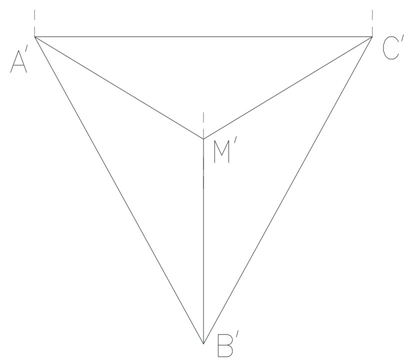
9. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA



Adott a $\underline{K}_1$ képsíkon álló négyzet alapú egyenes gúla az **AC** alapnézet átlójával párhuzamosan az $\mathbf{x}_{12}$ tengellyel. Szerkessze meg a gúla és a $\underline{V}_2$ második vetítősík metszését, feltüntetve az alapidom és a metszetidom között fennálló *centrális kollineációt*! Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti *tömör testet*, majd szerkessze meg a síkmetszet *valódi nagyságát*!



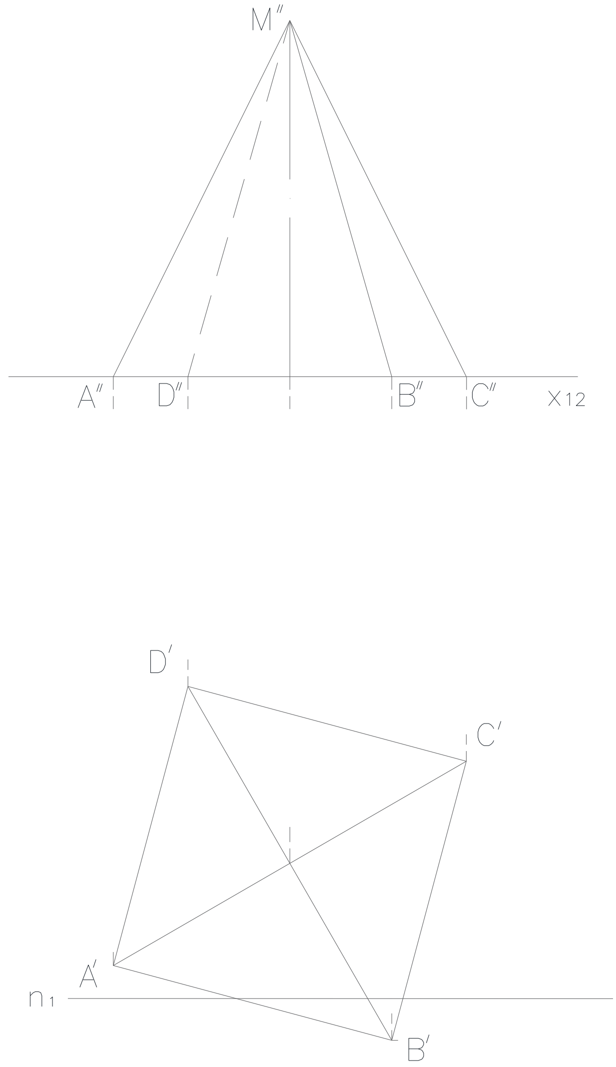
Készítse el a $\underline{K}_1$ képsíkon álló háromszög alapú gúla palástját!

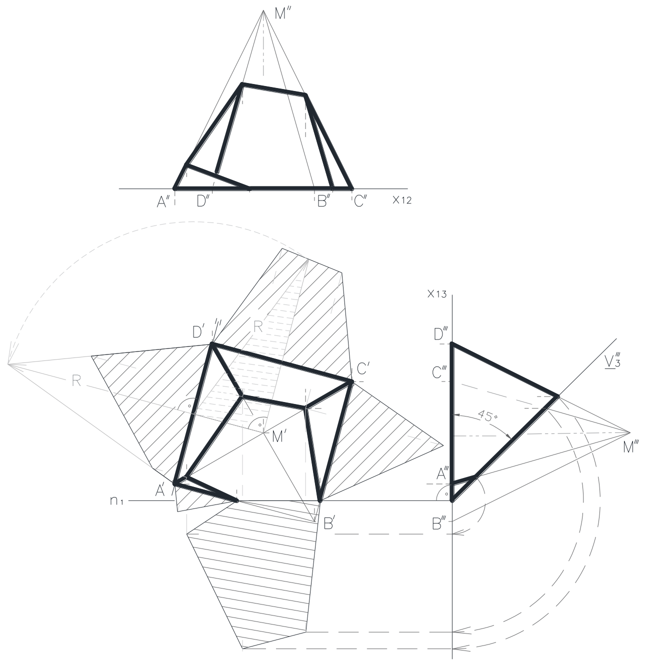


Adott az első képsíkon álló, négyzet alapú egyenes gúla, valamint az $\mathbf{x}_{12}$ tengellyel párhuzamosan az $\mathbf{n}_1$ első nyomvonal. Metssze el a gúlát az $\mathbf{n}_1$ első nyomvonalara illeszkedő, a $\underline{\mathbf{K}}_1$ első képsíkkal $\boldsymbol{\alpha}_1=\mathbf{45°}$ szöget bezáró $\underline{\mathbf{V}}_3$ harmadik vetítősíkkal!

Ábrázolja *láthatóság szerint* az alapsík és a metszősík közötti *palástrészt*!

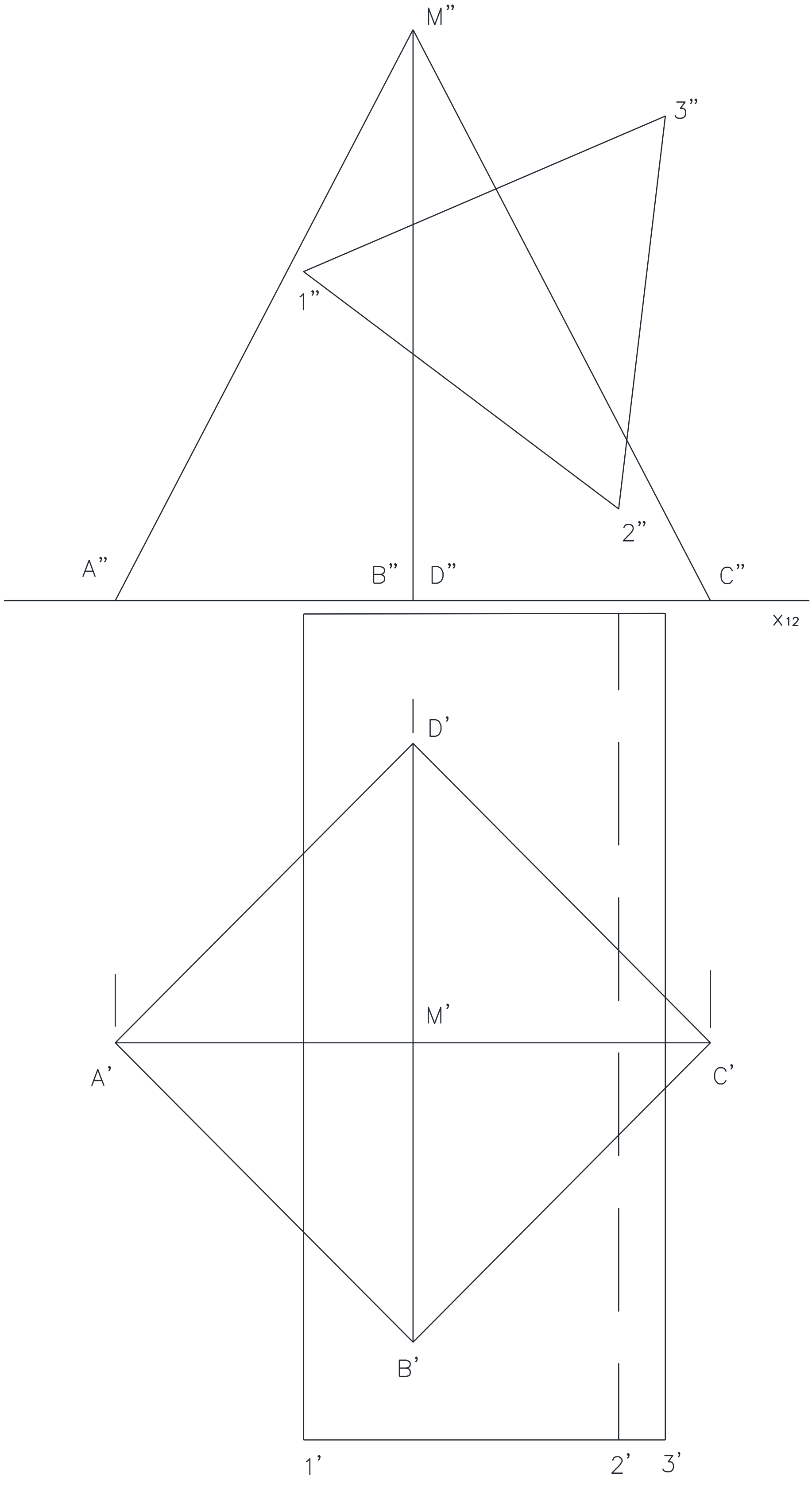
Szerkessze meg a csonkagúla palástjának és a metszetidomnak a valódi nagyságát a $\underline{\mathbf{K}}_1$ első képsíkba forgatással!



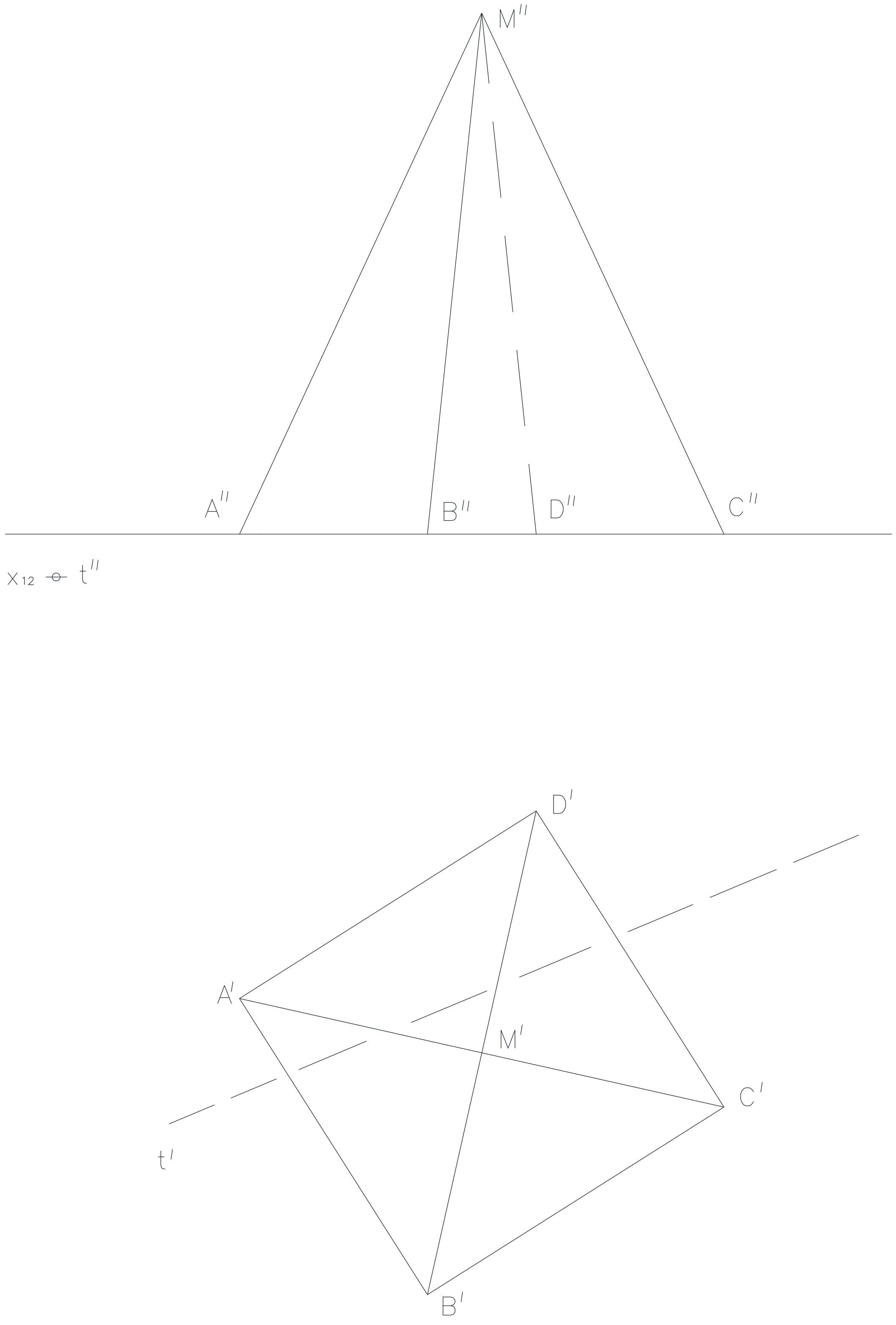


10. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Szerkessze meg az adott, **K**$_1$ első képsíkon álló gúla és a **K**$_2$ második képsíkon álló egyenes hasáb áthatását! Ábrázolja a gúla hasábon kívüli palástját a láthatóság feltüntetésével!



Ábrázoljon egy **t** tengelyű szabályos hatszög alapú egyenes félhasábot úgy, hogy a hasáb alap hatszögének köré írható köre azonos nagyságú legyen a gúla alapnégyzetének köré írható körével!
Készítse el a **K**$_1$ képsíkon álló, négyzet alapú egyenes gúla, és a hatszög alapú félhasáb áthatását!
Ábrázolja a gúla palást hasábon kívüli részét a láthatóság feltüntetésével!



11. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

TÁVOLSÁG

Definíció 1.: Két objektum távolsága a pontjaikat összekötő szakaszok közül *a legrövidebb szakasz hossza*.

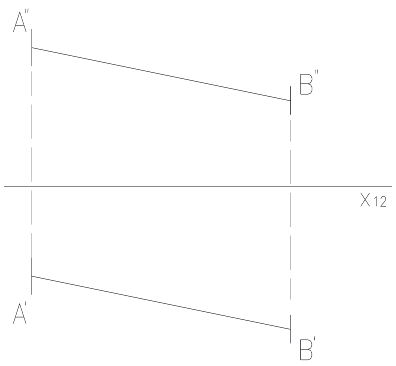
Definíció 2.: Két pont távolsága a két pontot összekötő szakasz valódi hossza.

Definíció 3.: Pont és egyenes távolsága a pontból az egyenesre bocsájtott merőleges szakasz hossza.

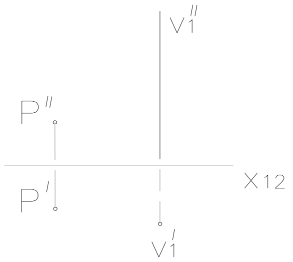
Definíció 4.: Pont és sík távolsága a pontból a síkra bocsájtott merőleges szakasz hossza.

Definíció 5.: Kitérő egyenesek távolsága a normál transzverzális szakaszuk hossza.

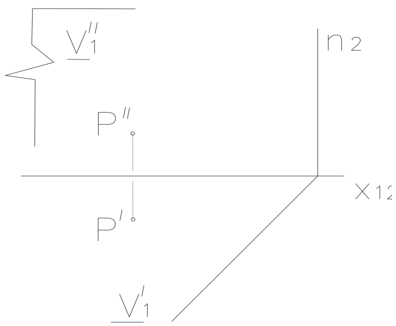
Szerkessze meg az **AB** szakasz **t** valódi hosszát!



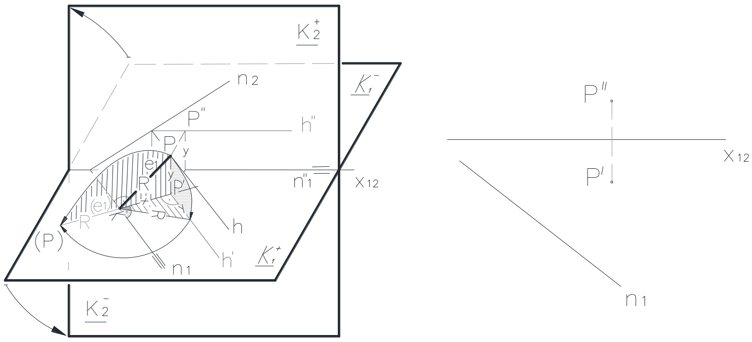
Határozza meg a **P** pont és a $\mathbf{v}_1$ egyenes **s** távolságát!



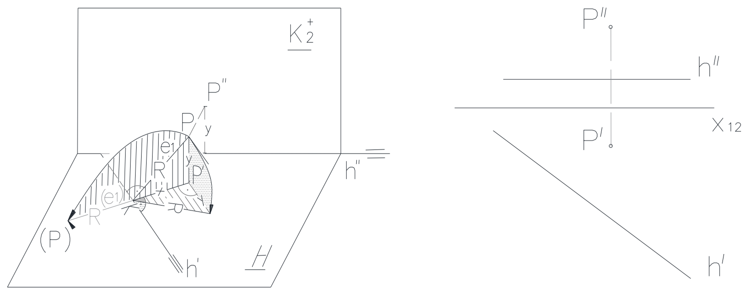
Szerkessze meg a **P** pont és a $\underline{\mathbf{V}}_1$ sík távolságát!



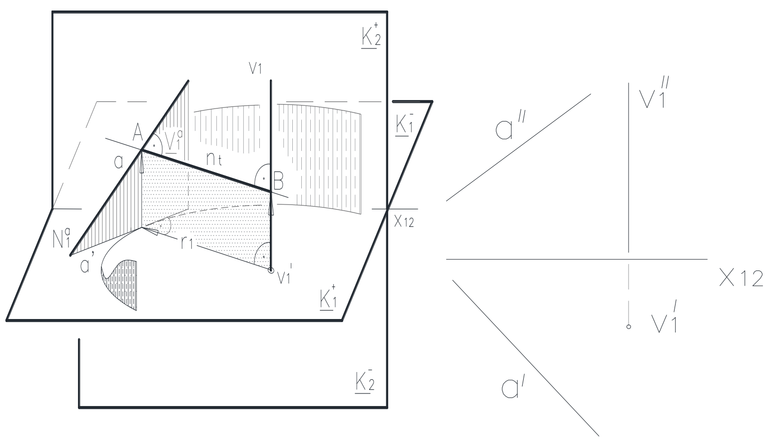
Szerkessze meg a **P** pont és az $\mathbf{n}_1$ első nyomvonal távolságát!



Szerkessze meg a **P** pont és a **h** egyenes távolságát!



Határozza meg az ***a*** egyenes és a $\mathbf{v}_1$ első vetítősugár **t** távolságát és határozza meg az $\mathbf{n}_t$ normáltranszverzális egyenesének mindkét képét!



SZÖG

Definíció 1.: Egy metsző egyenespár a síkot két-két egybevágó részre osztja, ezek a síkrészek a szögek.

Definíció 2.: Ha a metsző egyenespár által határolt síkrészek egybevágóak, akkor ezek a szögek derékszögek.

Definíció 3.: Sík és egyenes hajlásszöge az egyenesnek a síkra eső merőleges vetületével bezárt szöge.

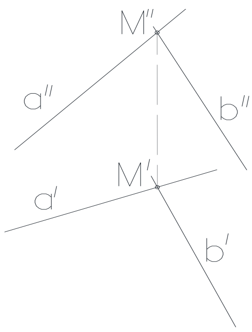
Definíció 3.: Egy egyenes merőleges egy síkra, ha merőleges annak minden egyenesére.

Tétel: Egy egyenes akkor és csak akkor merőleges egy síkra, ha merőleges annak egy metsző egyenespárjára.

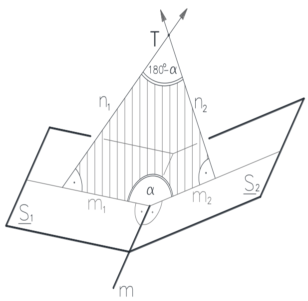
Definíció 4.: Két sík hajlásszöge a metszésvonalukra bocsájtott síkbeli merőlegesek hajlásszöge.

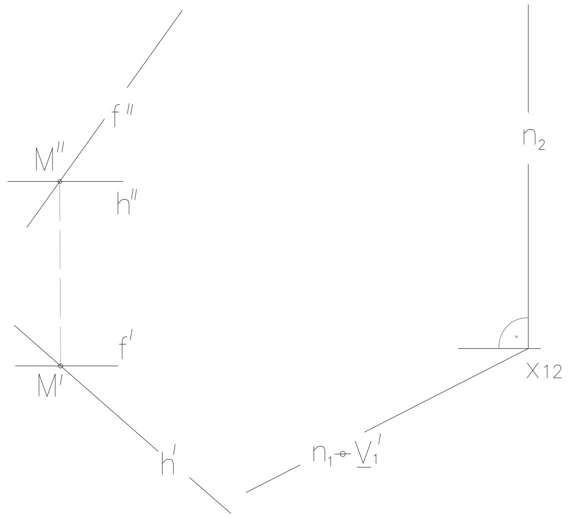
Definíció 5.: Kitérő egyenesek hajlásszöge megegyezik a velük egyenként párhuzamos, metsző egyenespár hajlászögével.

Szerkessze meg az **a** és **b** metsző egyenespár ***α*** hajlásszögét!

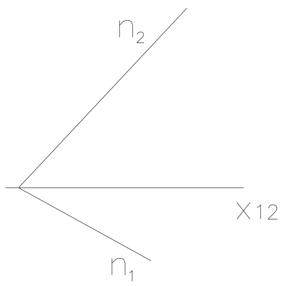


Szerkessze meg az adott $\underline{S}_1(h_1,f_1)$ dőlt és $\underline{V}_1(n_1,n_2)$ első vetítő sík ***α*** hajlásszögét!

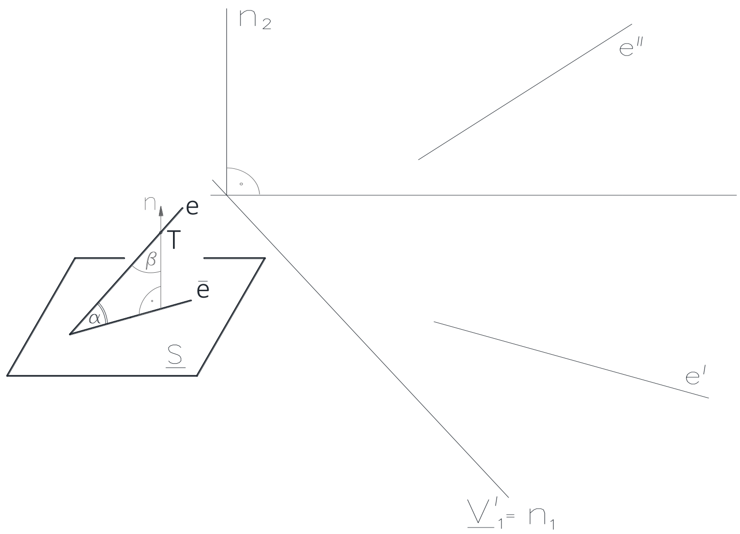




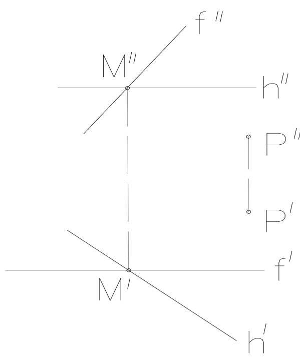
Határozza meg a nyomvonalaival adott sík $\boldsymbol{\alpha}_1$ és $\boldsymbol{\alpha}_2$ képsíkszögét!

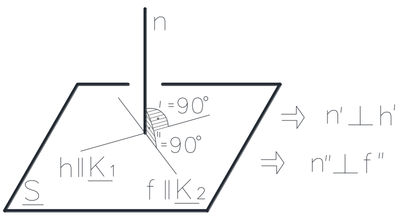


Szerkessze meg az adott **e** egyenes és $\underline{V}_1(n_1,n_2)$ első vetítősík **α** hajlásszögét!



Szerkessze meg
a **h** és **f** fővonalával adott
sík **P** pontra illeszkedő **n** normálisát!



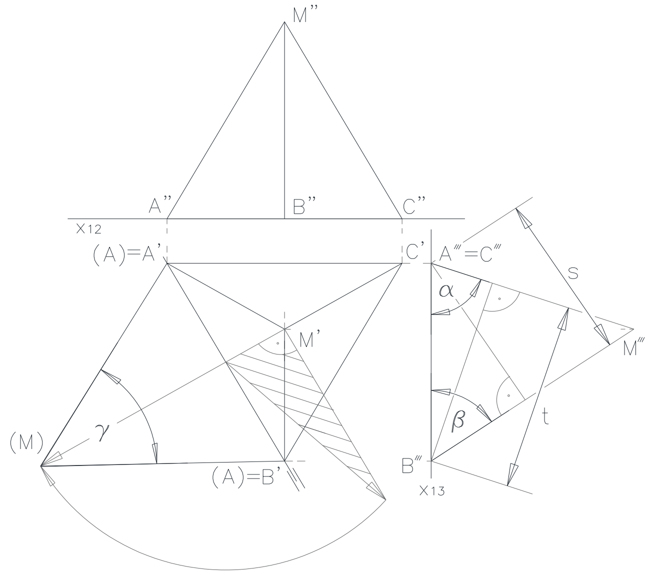


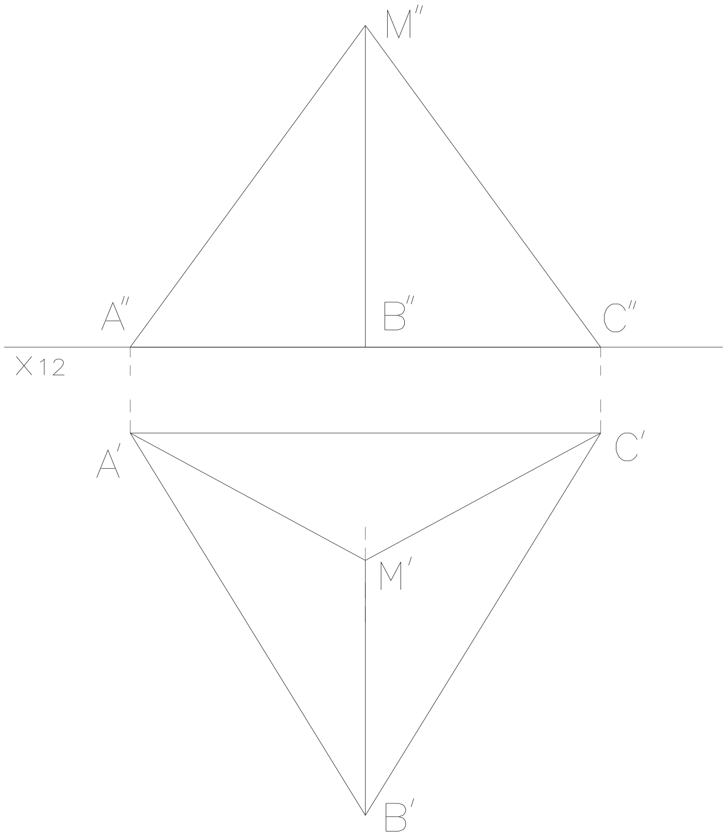
12. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Adott a <u>K</u>$_1$ képsíkon álló, szabályos háromszög alapú egyenes gúla úgy, hogy az I**AB**I alapéle párhuzamos a <u>K</u>$_2$ képsíkkal.

Szerkessze meg:

- a **B** pontnak és az [**ACM**] oldallap síkjának ***t*** távolságát,
- az I**AC**I és I**BM**I kitérő élek egyeneseinek ***s*** távolságát,
- az [**ACM**] sík $\boldsymbol{\alpha}$ első képsíkszögét,
- a I**BM**I oldalél $\boldsymbol{\beta}$ első képsíkszögét,
- az I**AM**I és I**BM**I élek $\boldsymbol{\gamma}$ hajlásszögét!

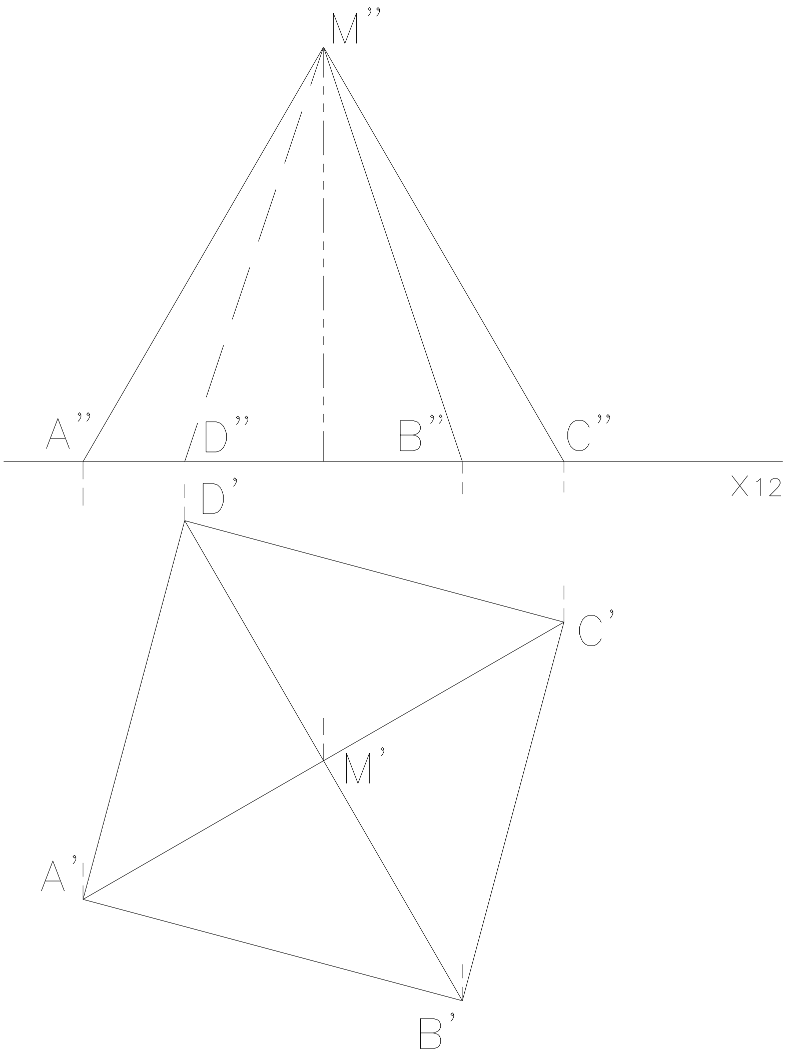




Adott a **K**$_1$ képsíkon álló, szabályos négyszög alapú egyenes gúla úgy, hogy egyik alapéle sem párhuzamos a **K**$_2$ képsíkkal.

Szerkessze meg:

- az [**ABM**] lap $\boldsymbol{\alpha_1}$ első képsíkszögét,
- a I**BM**I és I**CM**I oldalélek $\boldsymbol{\beta}$ szögét,
- az I**AM**I és I**BC**I kitérő élek egyeneseinek ***t*** távolságát,
- a I**DM**I él **F** felezési pontjának és az [**ABM**] lap ***s*** távolságát,
- az [**AM**] és [**CM**] élek $\boldsymbol{\gamma}$ szögét!



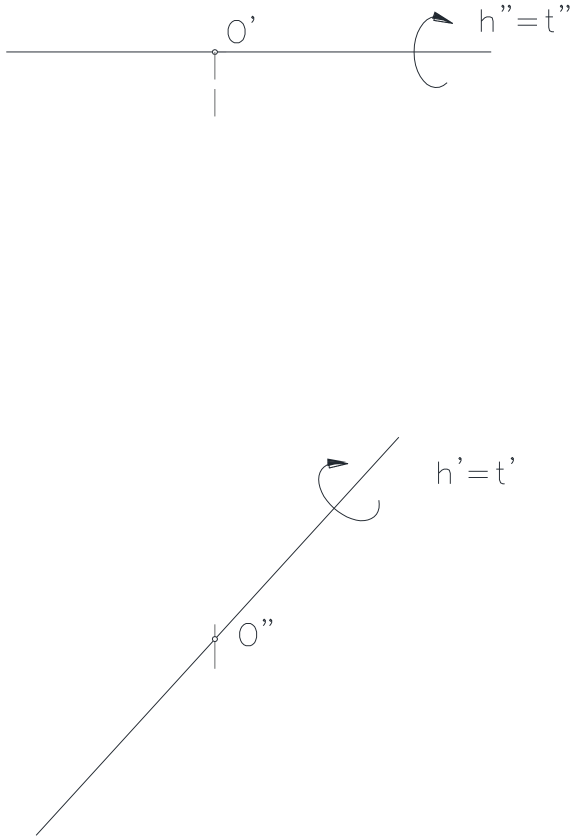
13. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

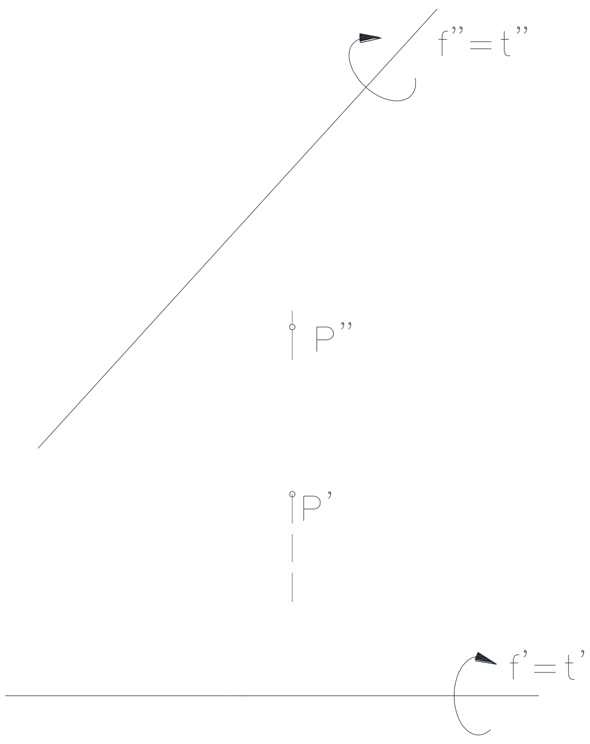
Ábrázolja a **t** horizontális tengelyű, **O** középpontú, **r**=**25mm** sugarú körtárcsát!

Szerkessze meg a második képellipszis **AB** nagy- és **CD** kistengelyét, a tengelyvégpontokban az érintőket és a hiperoszkuláló köröket!

Rajzolja meg a második képellipszist!

Tüntesse fel a körtárcsa és tengelye láthatóságát!



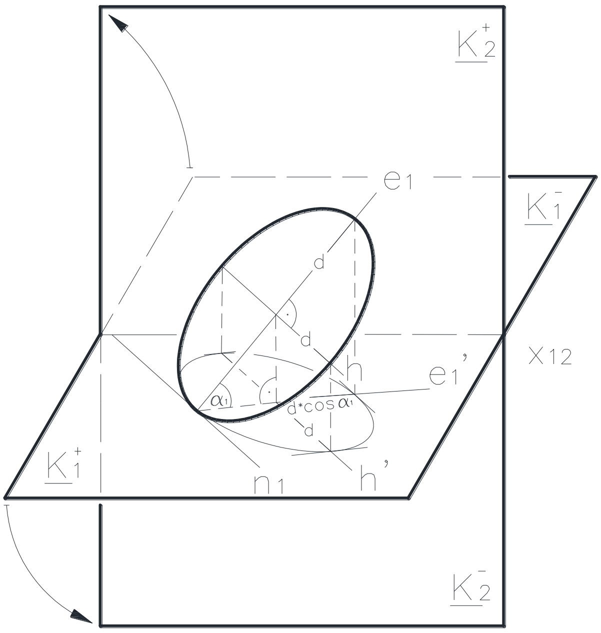


Ábrázolja azt a **t** frontális tengelyű körtárcsát, melynek az adott **P** pont egy kerületi pontja!

Szerkessze meg az első képellipszis **AB** nagy- és **CD** kistengelyét, a tengelyvégpontokban az érintőit és a hiperoszkuláló köreit, valamint a **P** pontjában az **e** érintőjét!

Rajzolja meg az első képellipszist!

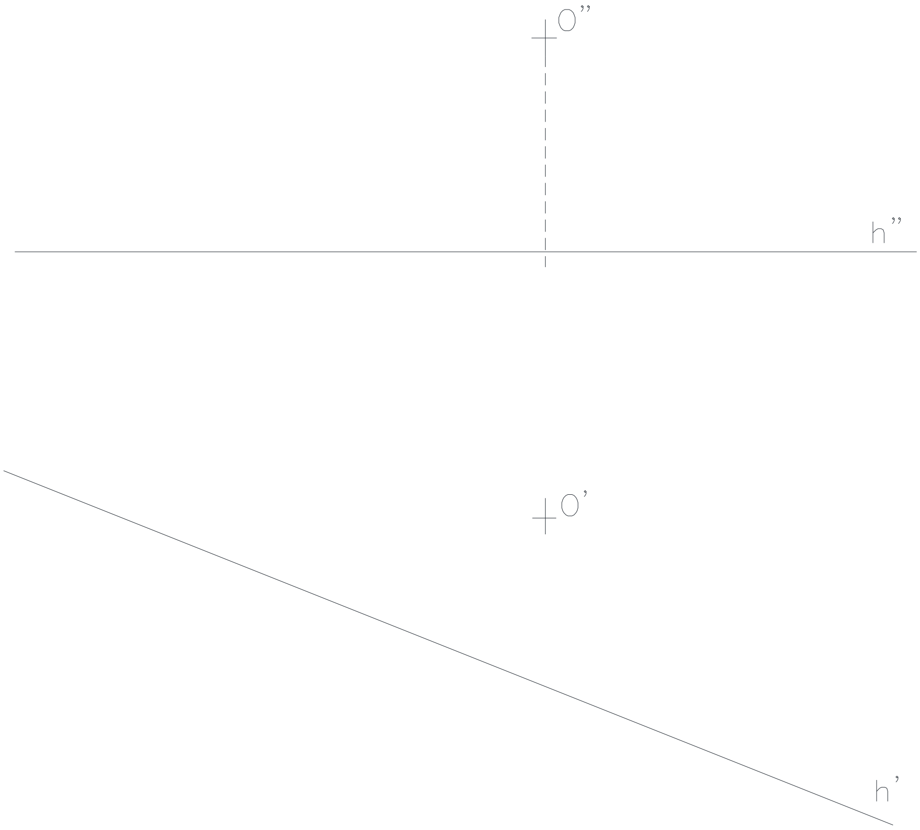
Tüntesse fel a körtárcsa és tengelye láthatóságát!



Ábrázolja az **S**[**Oh**] síkra illeszkedő, **O** középpontú, a **h** horizontális egyenest érintő kört!
Szerkessze meg:
- a kör valódi nagyságát,
- az első képellipszis **AB** nagy- és **CD** kistengelyének mindkét képét, a tengelyvégpontokban az érintőkkel,
- a második képellipszis **PQ** nagy- és **RS** kistengelyének mindkét képét, a tengelyvégpontokban az érintőkkel,
- a kör profilirányú érintőjű P_1, P_2 pontját az e_1, e_2 érintőt!

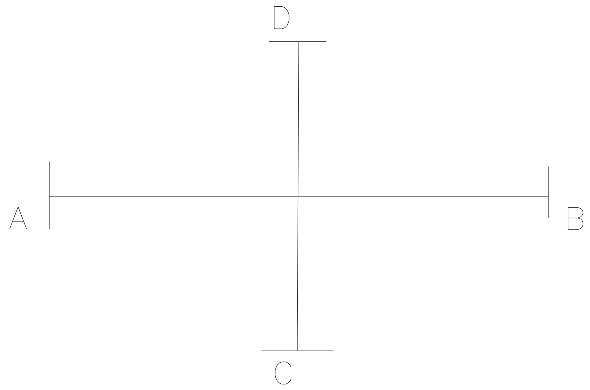
Rajzolja meg a kör ellipszisképeit a hiperoszkuláló köreik segítségével!

Tüntesse fel a körtárcsa és **t** tengelye láthatóságát!

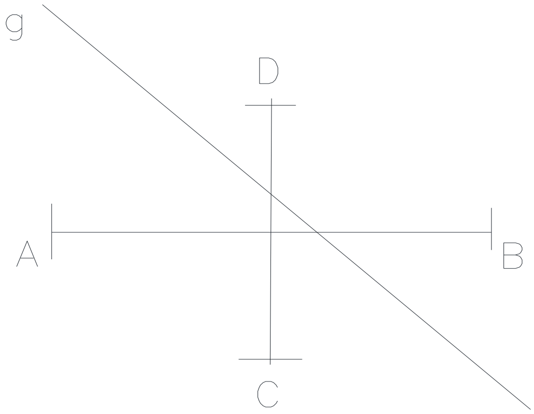


14. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

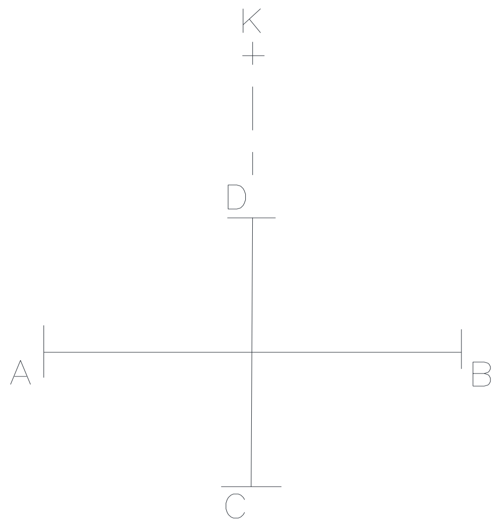
Szerkessze meg az **AB** nagy- és **CD** kistengelyével adott ellipszis egy tetszőleges pontját az érintőjével! Rajzolja meg az ellipszist a hiperoszkuláló köreinek segítségével!



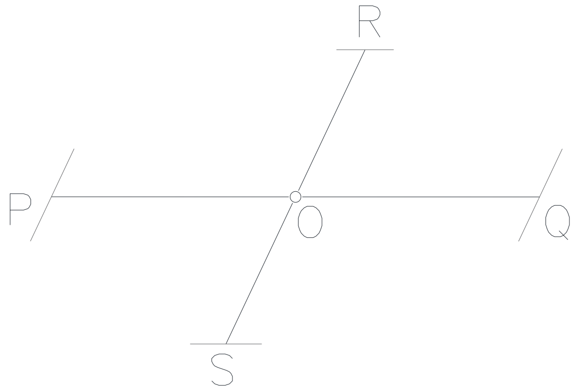
Szerkessze meg az **AB** nagy- és **CD** kistengelyével adott ellipszis és a **g** egyenes $\mathbf{M}_{1,2}$ metszéspontjait! Rajzolja meg az ellipszist a hiperoszkuláló köreinek segítségével!



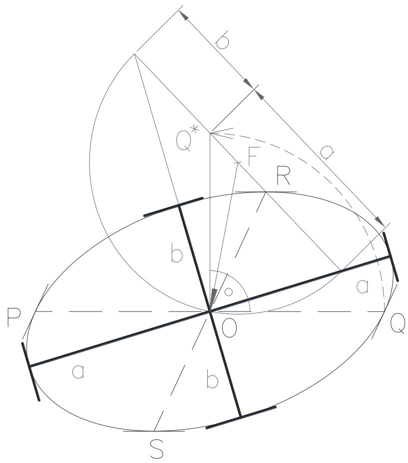
Szerkessze meg az **AB** nagy- és **CD** kistengelyével adott ellipszishez az $\mathbf{e}_{1,2}$ érintőket a **K** külső pontból az $\mathbf{E}_{1,2}$ érintési pontokkal együtt! Rajzolja meg az ellipszist a hiperoszkuláló körök segítségével!



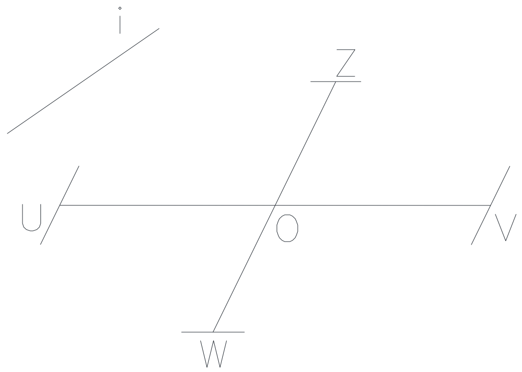
Szerkessze meg a **PQ** és **RS** konjugált átmérőpárjával adott ellipszis **AB** nagy- és **CD** kistengelyét a Rytz szerkesztés alkalmazásával!



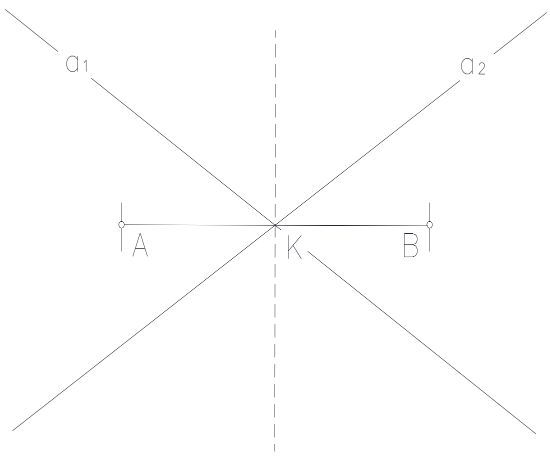
A Rytz-szerkesztés lépései:
- OQ elforgatása O körül 90°-al Q*-t eredményezi,
- RQ* felezőpontja körül az FO sugarú Thálész kör átmérővégpontjai O-val összekötve a tengelyirányokat eredményezik,
- Q* és a megfelelő átmérővégpont távolsága a féltengelyhosszt eredményezi.

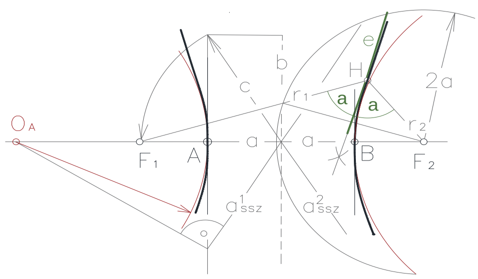


Szerkessze meg az **UV** és **WZ** konjugált átmérőpárjával adott ellipszis **i** iránnyal párhuzamos $\mathbf{i}_{1,2}$ érintőit a rájuk illeszkedő $\mathbf{E}_{1,2}$ érintési pontokkal!

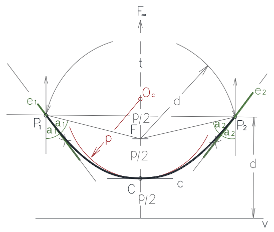


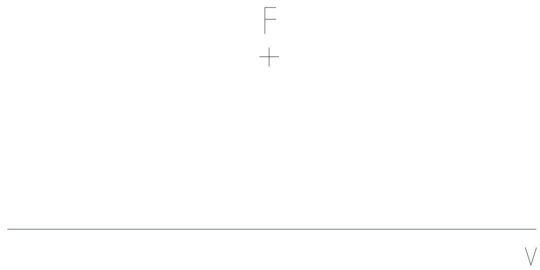
Szerkessze meg az **AB** valós tengelyével és az $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ asszimptótapárjával adott hiperbola képzetes tengelyét, $\mathbf{F}_1$ és $\mathbf{F}_2$ fókuszait, az **A** és **B** valós tengelyvégpontokban a hiperoszkuláló köreit, néhány tetszőleges pontját az érintőjével! Rajzolja meg a parabola egy ívét!



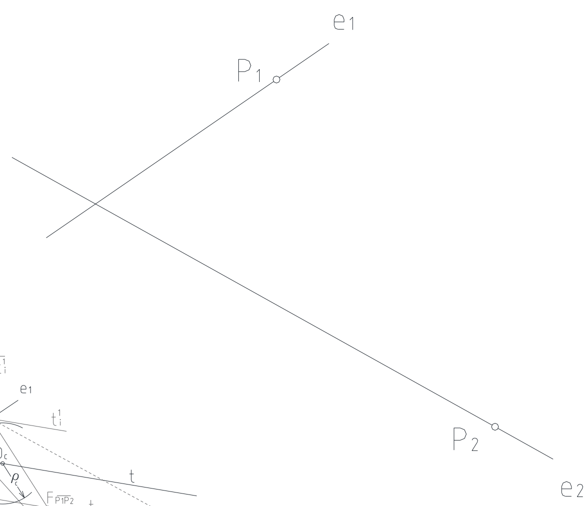


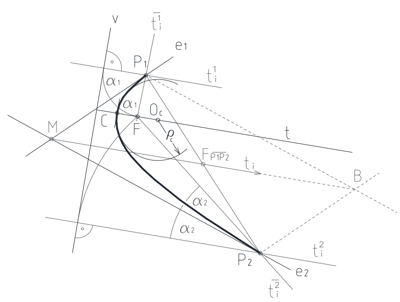
Szerkessze meg az **F** fókuszpontjával és **v** vezéregyenesével adott parabola **t** tengelyét, **C** csúcspontját a **c** csúcsérintőjével, hiperoszkuláló körét és néhány tetszőleges pontját az érintőjével! Rajzolja meg a parabola egy ívét!





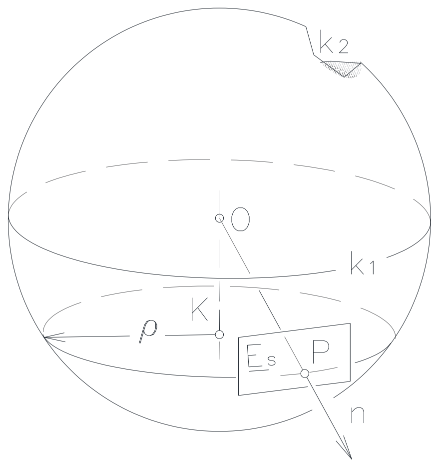
Az öt adattal meghatározható kúpszeleteknek abban a speciális esetében, amikor a parabolának a $\mathbf{P}_{1,2}$ pontjai és a hozzájuk tartozó $\mathbf{e}_{1,2}$ érintői ismeretek, határozza meg a Pascal-Brianchon tétel alapján 5. adataként a végtelen távoli parabolapontot meghatározó $\mathbf{t}_i$ tengelyirányt!
Szerkessze meg a parabola **F** fókuszpontját, **v** vezéregyenesét, **t** tengelyét, **C** csúcspontját benne a **c** csúcsérintőjével! Rajzolja meg a parabola egy ívét!

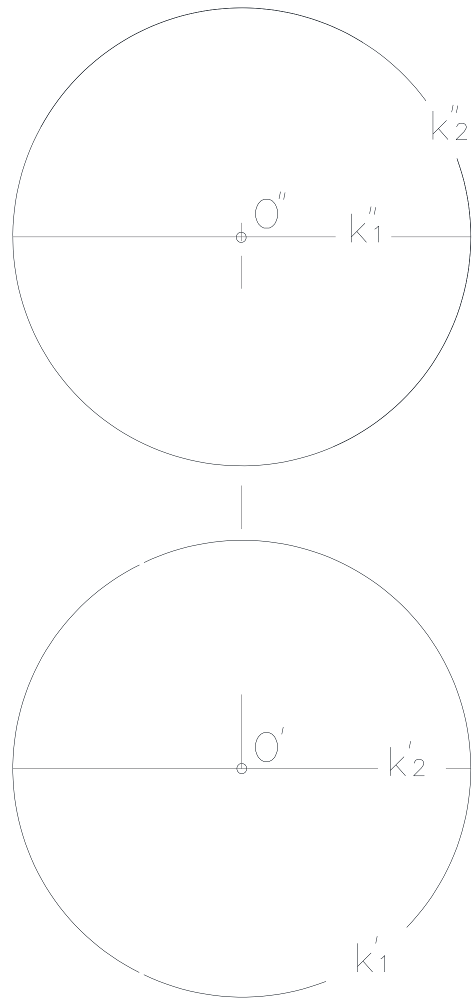


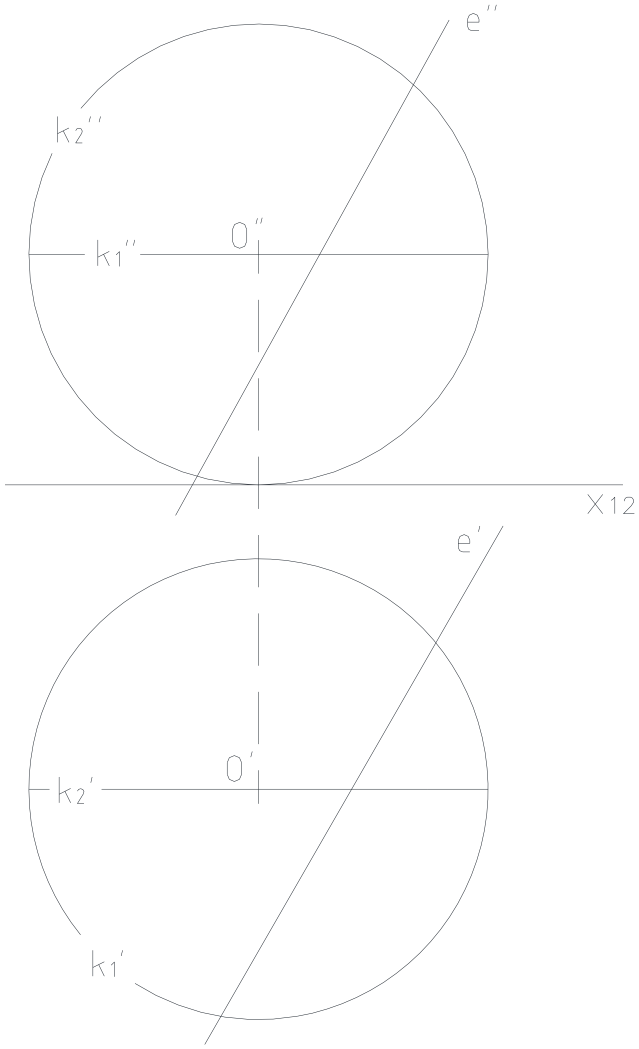


15. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

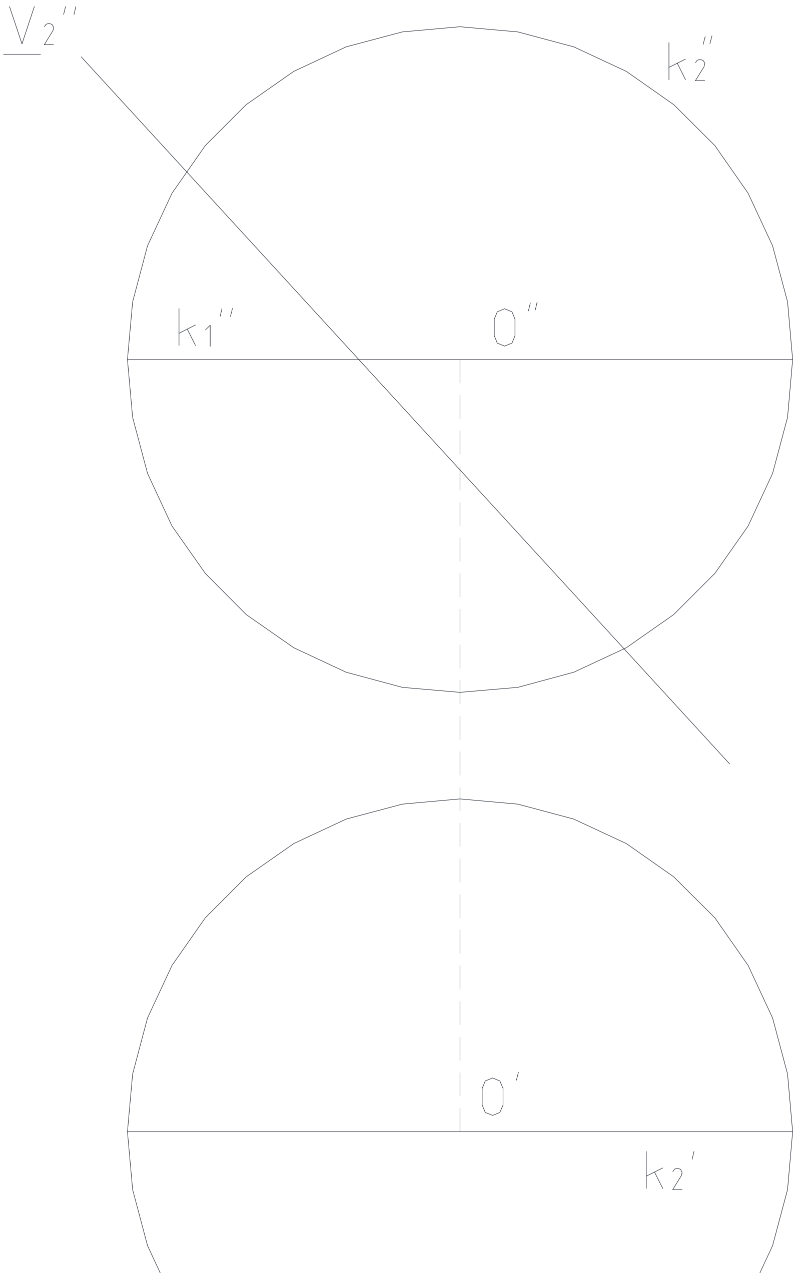
Ábrázoljon az adott gömbfelületen egy **P** pontot a felületi **n** normálissal és az Es[**h**,**f**] érintősíkkal!





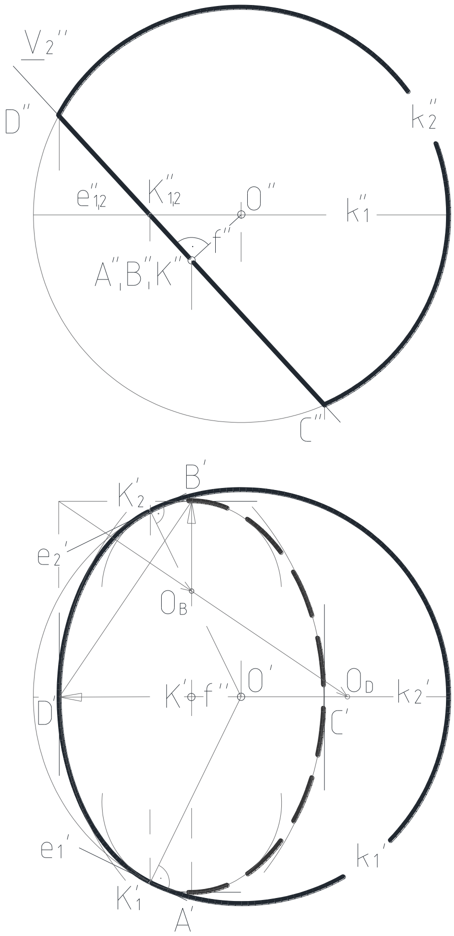


Szerkessze meg az adott gömb és az **e** egyenes D_1 és D_2 döféspontjait, majd tüntesse fel a láthatóságot!



Készítse el az adott gömb és a szintén adott $\underline{\mathbf{V}}_2$ második vetítősík metszését!

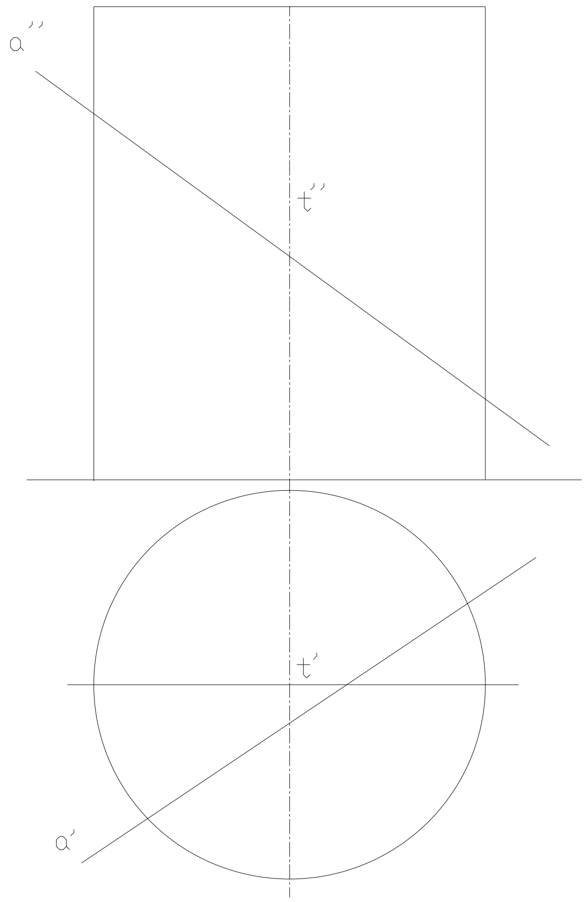
Határozza meg a metszet **K** középpontját, első képének tengelyeit, $\mathbf{k}_1$ első kontúrkörre illeszkedő $\mathbf{K}_{1,2}$ pontjait az $\mathbf{e}_{1,2}$ érintőivel! Ábrázolja a $\underline{\mathbf{V}}_2$ második vetítősík feletti gömbsüveget a láthatóság feltüntetésével!



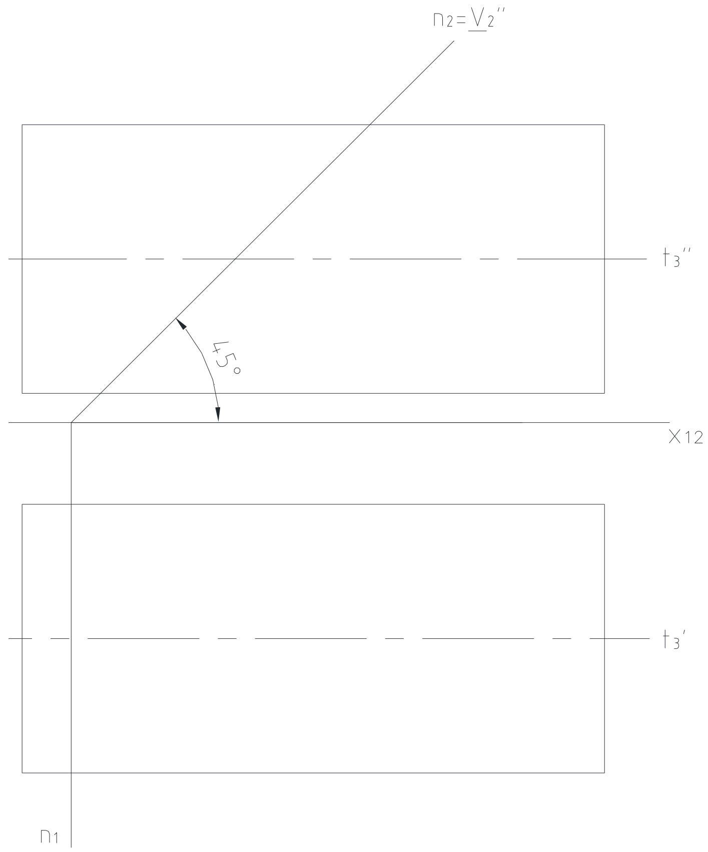
16. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Határozza meg az adott **t** első vetítősugár tengelyű henger és ***a*** egyenes döféspontjait, majd tüntesse fel a láthatóságot!

Az elől lévő döféspontban határozza meg a henger **E**$_s$ érintősíkját és az **n** felületi normálisát!

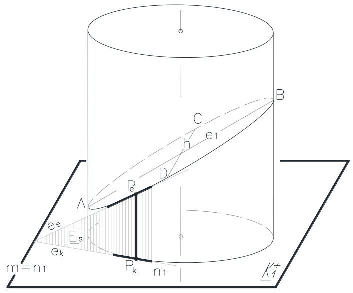


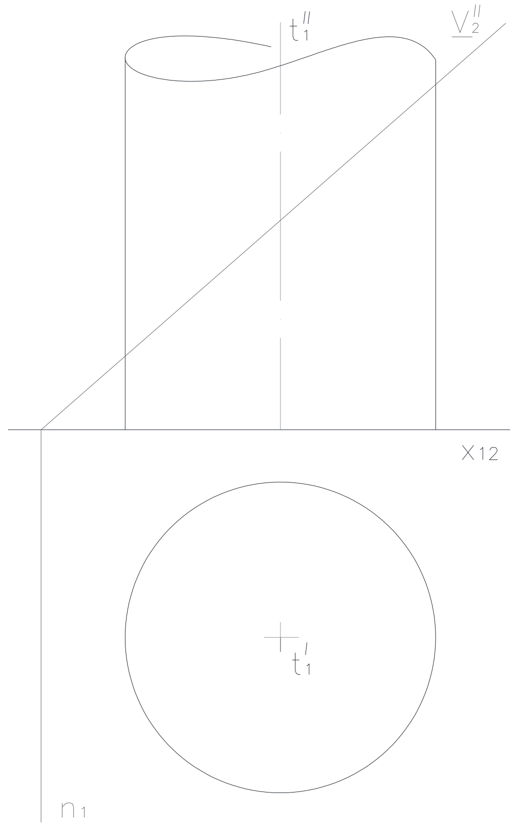
Határozza meg az adott, **t**$_3$ harmadik vetítősugár tengelyű henger és az ugyancsak megadott **V**$_2$ második vetítősík metszetének mindkét képét, majd a metszet valódi nagyságát! Szerkessze meg a metszet tengelyeit, egy általános helyzetű **P** pontját az **e** érintővel!



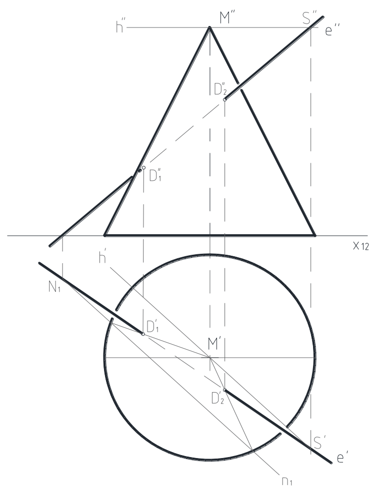
Határozza meg az adott **t** első vetítősugár tengelyű forgáshenger és a szintén adott $\underline{V}_2$ második vetítősík metszetének mindkét képét!

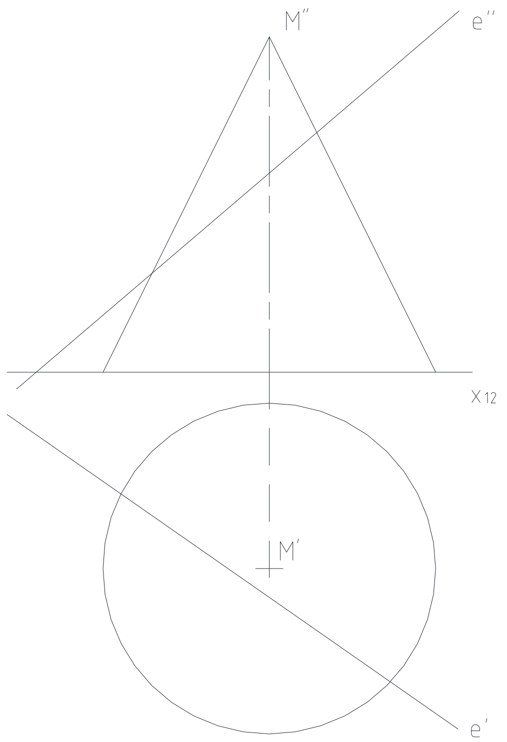
Szerkessze meg a metszet tengelyeit, egy általános helyzetű **P** pontját az **e** érintőjével, majd a metszet valódi nagyságát!!





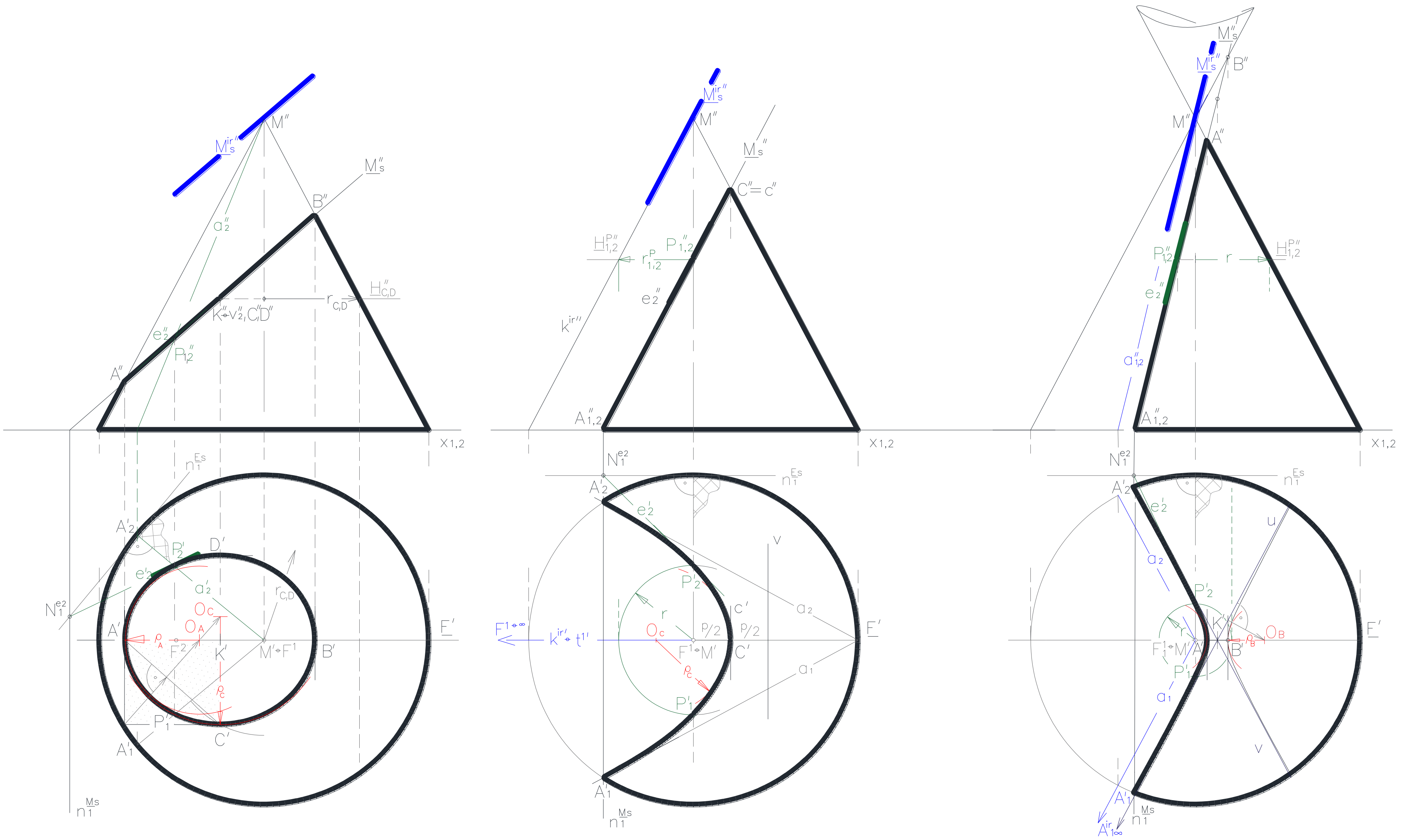
Szerkessze meg az adott forgáskúp és az **e** egyenes döféspontjait, majd tüntesse fel a láthatóságot!



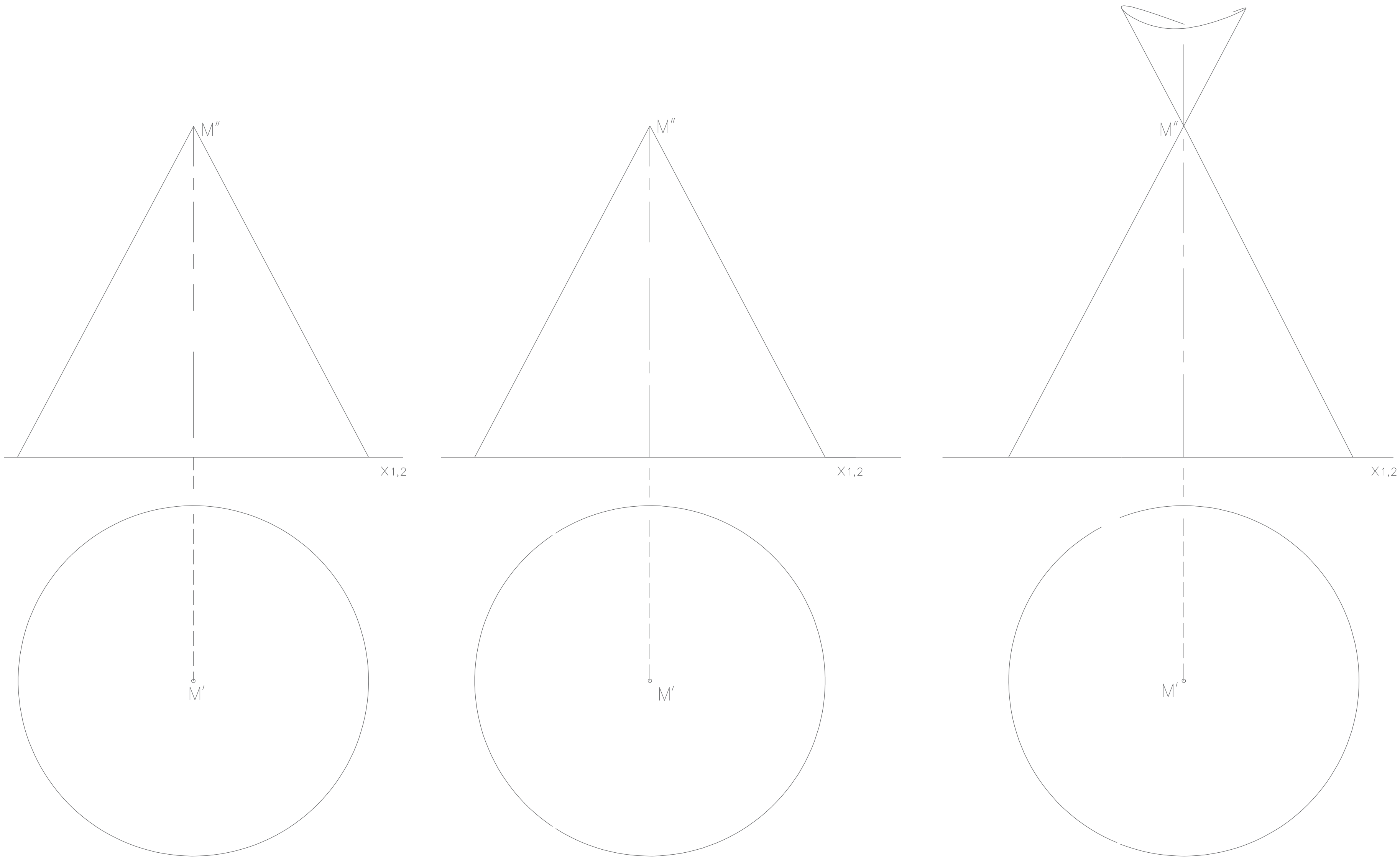


17. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

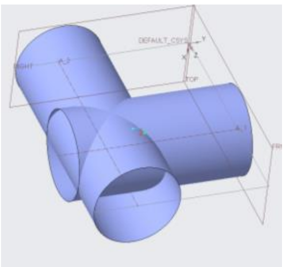
Tanulmányozza a három $\underline{K}_1$ képsíkon álló forgáskúp metszéseinek három esetét a második vetítősík helyzetű $\underline{M}_s$ metszősíkokkal!

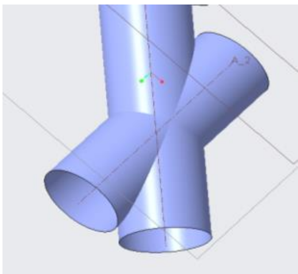


Adott három $\underline{K}_1$ képsíkon álló forgáskúp. *Jelölje ki* a második vetítősík állású metsző síkok $\underline{M}_s^{ir}$ irányát úgy, hogy a metszet rendre ellipszis, parabola, hiperbola legyen, majd az $\underline{M}_s$ metszősíkokat! Szerkessze meg a metszeteknek egy-egy általános pontját érintőjével, tengelyeit, tengelyvégpontjait érintőivel, hiperoszkuláló köreit és fókuszpontjait!



18. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA



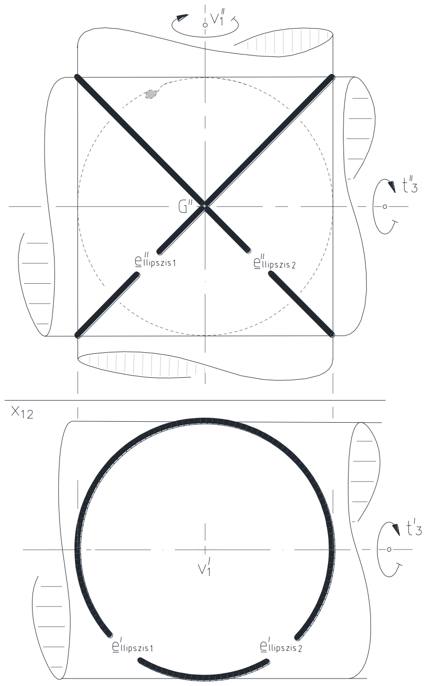


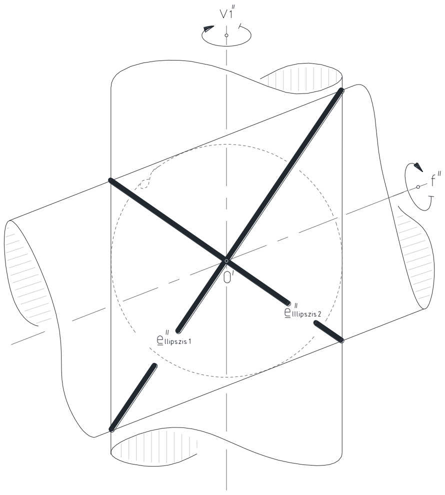
Két másodrendű felület áthatása egy *negyedrendű térgörbe*, mely két egyenlő sugarú, metsző tengelyű forgáshenger esetén *kettő másodrendű görbére válik szét*.

Ezek a síkgörbék az $e_{llipszis1}$ és az $e_{llipszis2}$ elnevezéssel láthatók a merőlegesen és nem merőlegesen metsző tengelyű, egyenlő sugarú forgáshengerek Monge ábrázolása során.

Bármelyik forgáshenger sugarának változtatásával az áthatás *kettős vetülete* szétválik egy hiperbola két ágára.

A *kettős vetület hiperbola* végtelen távoli pontjainak érintőit, *az asszimptótáinak egyeneseit* az egyenlő sugarú szélső helyzet áthatásakor *élben látszódó* $e_{llipszis1}$ *és* $e_{llipszis2}$ *görbék egyenesei eredményezik.*



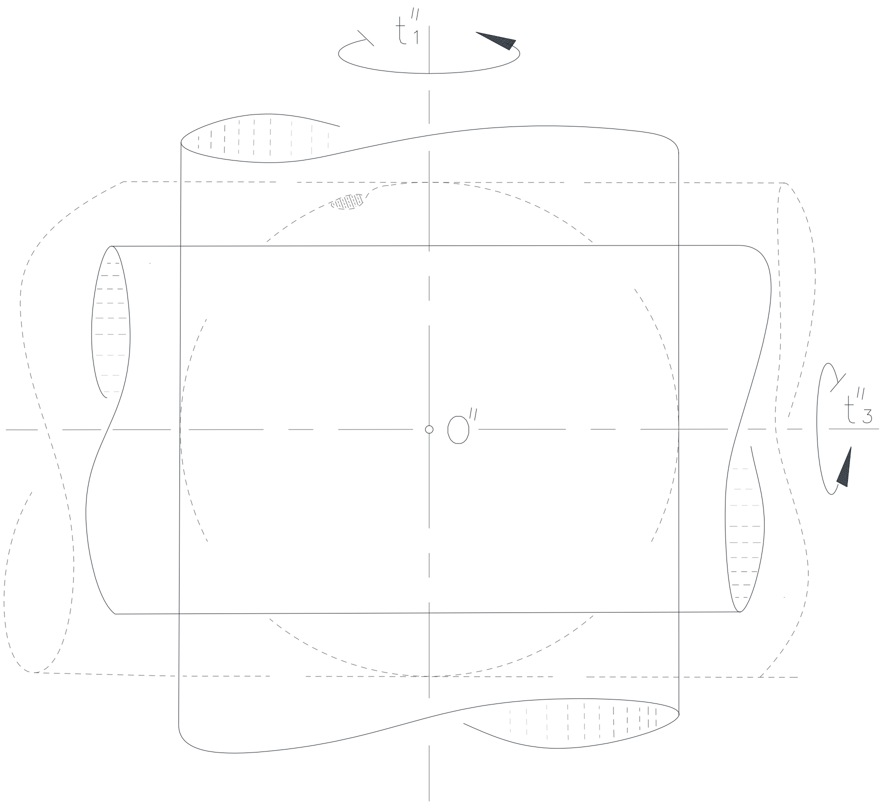


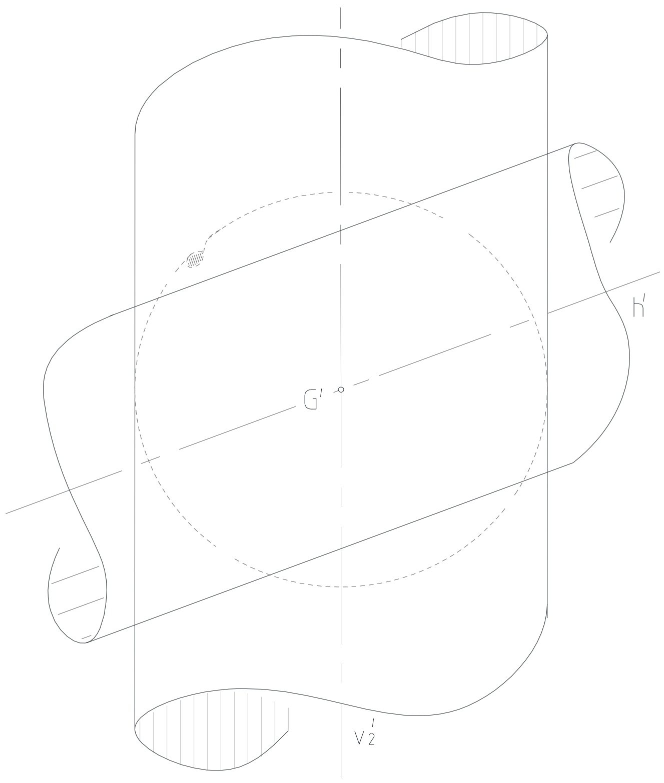
Határozza meg az adott, egymást *merőlegesen metsző,* $\mathbf{t}_1$ első- és $\mathbf{t}_3$ harmadik vetítősugár *tengelyű forgásengerek* áthatását!

Szerkessze meg az áthatásnak

- a hengerek második kontúrjaira eső **1**, **2**, **3**, **4** pontjait, majd az egyikben az érintőt,
- a tengelyek metszéspontjától **35mm** távolságra lévő **5**, **6**, **7**, **8** pontjait, majd az egyikben az érintőt,
- a kettős vetületét meghatározó $\mathbf{a}_{1,2}$ asszimptótáit!

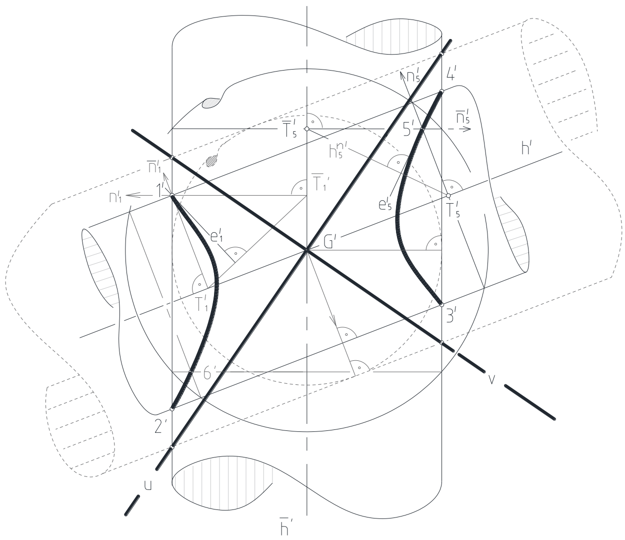
Rajzolja meg az áthatási görbe kettősvetületét!

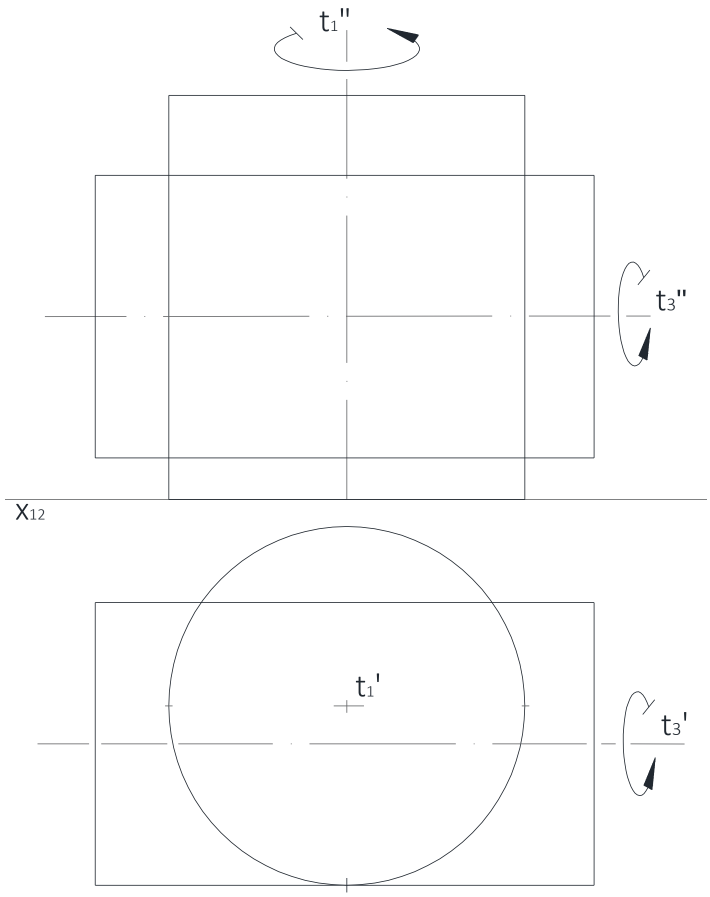




Határozza meg az adott, egymást *nem merőlegesen metsző* **v_2** és **h** tengelyű *forgáshengerek* áthatását!
Szerkessze meg az áthatásnak
- a hengerek első kontúrjaira illeszkedő **1**, **2**, **3**, **4** pontjait, majd az egyikben az érintőjét,
- a tengelyekek metszéspontjától **32mm** távolságra lévő **5**, **6**, **7**, **8** pontjait és egyikben az érintőjét,
- a kettős vetületét meghatározó **$a_{1,2}$** asszimptótáit!

Rajzolja meg az áthatási görbe kettősvetületét!



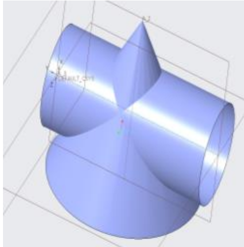


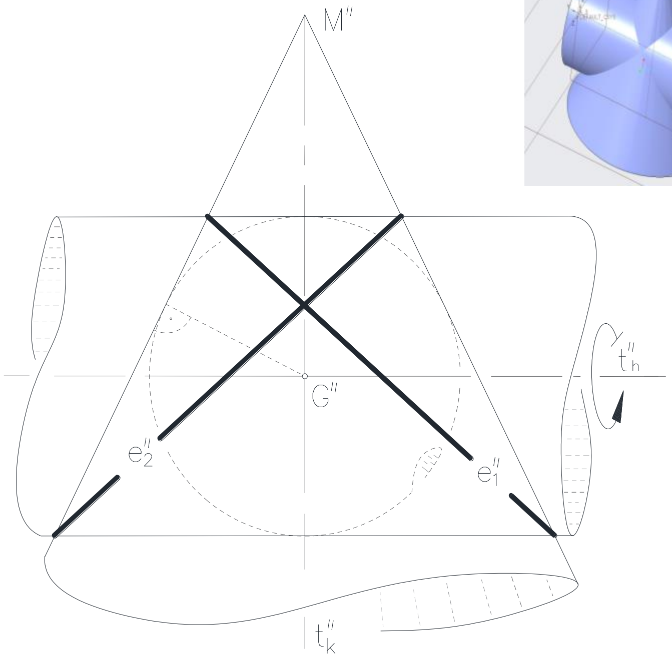
Határozza meg az adott **t_1** első- és a **t_3** harmadik vetítősugár helyzetű, *nem metsző tengelyű forgáshengerek* áthatását!

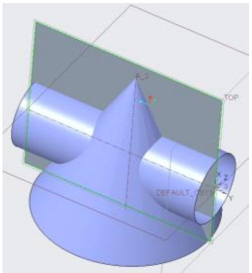
Szerkessze meg az áthatásnak
- az **Ö** önmetszéspontját,
- azokat az **1** és **2** pontjait az érintővel, melyekben a **t_1** tengelyű henger alkotója maga az áthatási görbe érintője,
- a $\underline{K}_1$ képsík fölött **12mm** magasan lévő **3**, **4**, **5**, **6** pontjait és az egyikben az érintőt,
- a hengerek kontúralkotóira illeszkedő pontjait!

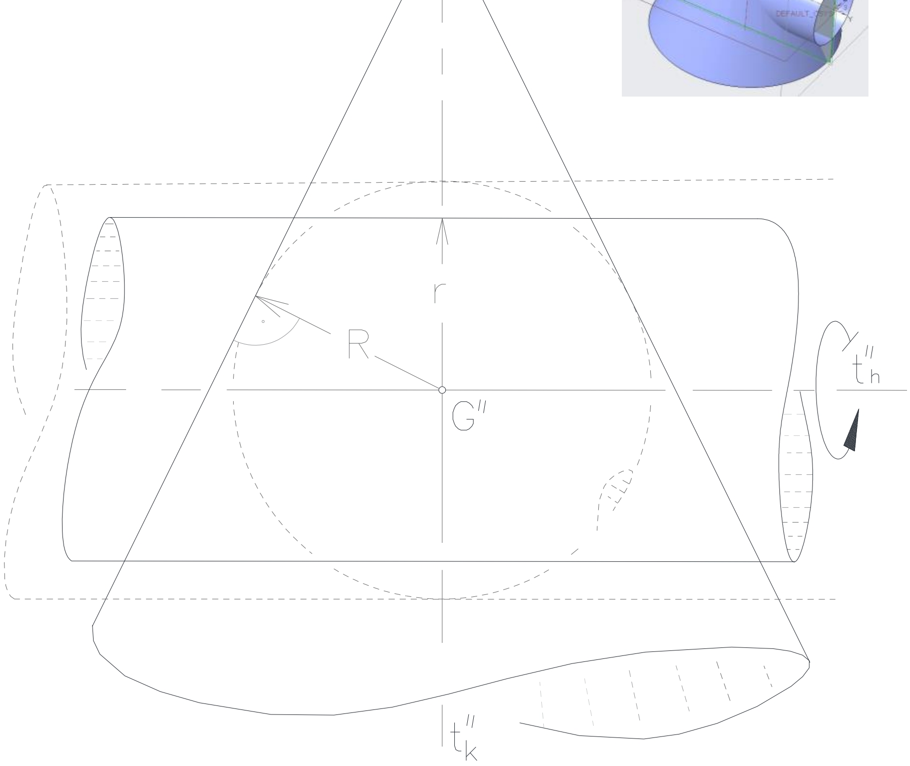
Rajzolja meg az áthatási görbe képeit *a láthatóság feltüntetésével*!

19. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA









A két *másodrendű felület* áthatásaként létrejövő *negyed-rendű térgörbe* az egy gömböt érintő, metsző tengelyű forgás-henger és forgáskúp esetén *két másodrendű görbére* válik szét, mely másodrendű görbék, azaz síkgörbék az **e**^{1} és **e**^{2} ellipszisek a Monge ábrázolásuk bemutatása esetén.

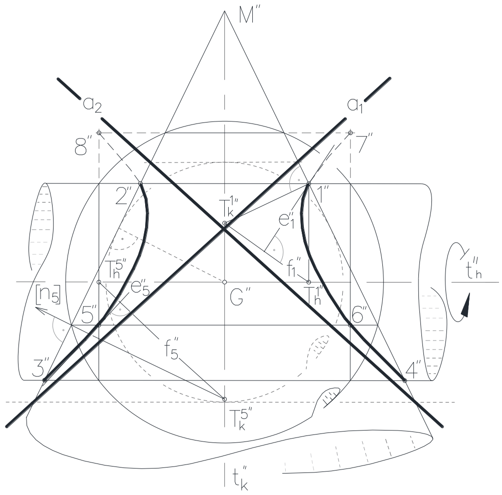
A forgáshenger sugarának változtatásával az áthatás *kettős vetülete* egy másodrendű görbe, mely szétválik egy hiperbola egyik és másik ágára. A *kettős vetület hiperbola* végtelen távoli pontjainak érintőit, *az asszimptóták egyeneseit* az egy gömböt érintő kúp és henger szélső helyzetének áthatásakor *élben látszódó **e**^{1} és **e**^{2} ellipszis görbék egyenesei eredményezik.*

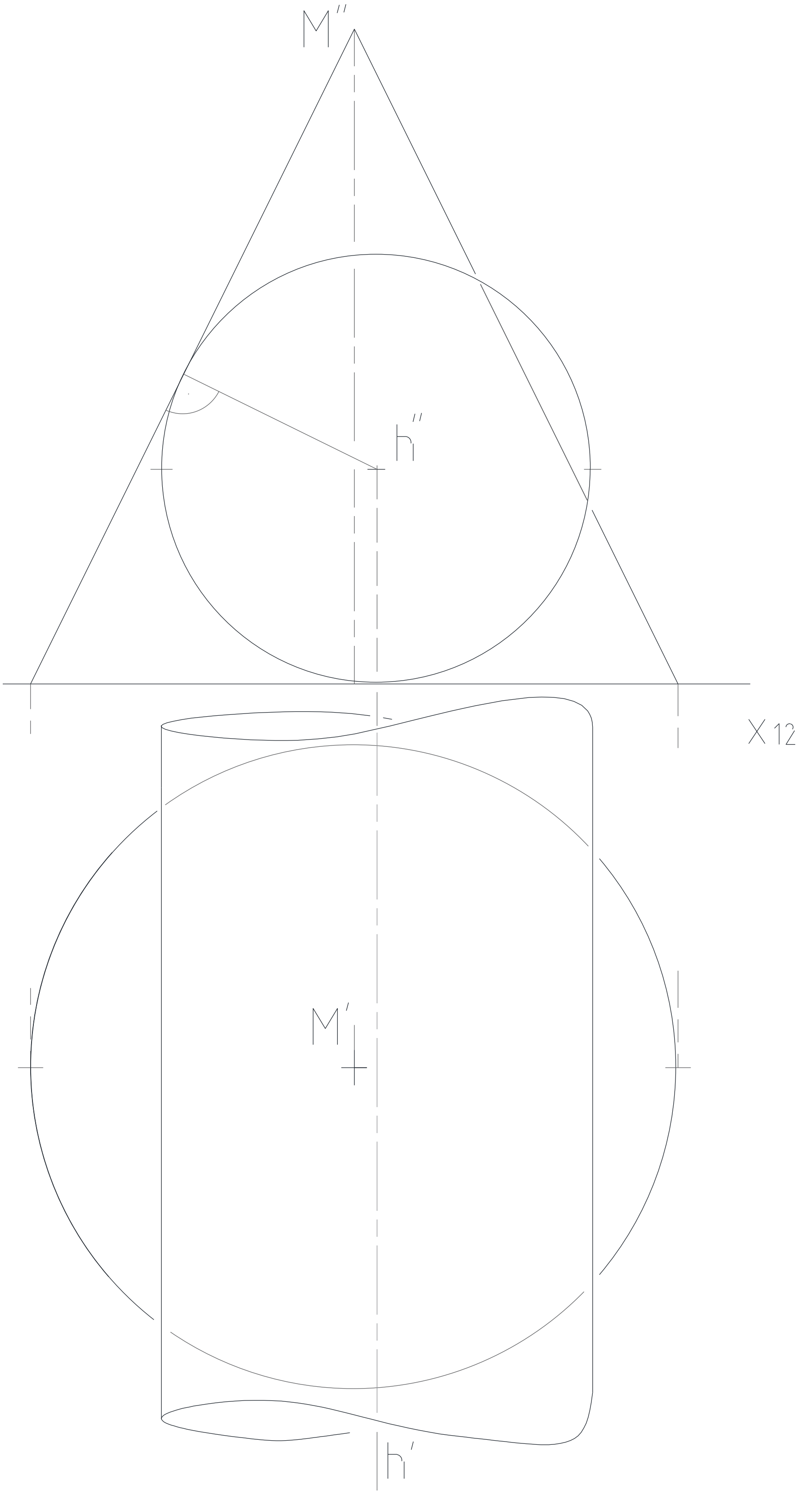
Határozza meg az adott, egymást *merőlegesen metsző* **t**$_k$ első vetítősugár tengelyű *forgáskúp* és **t**$_h$ harmadik vetítő-sugár tengelyű *forgáshenger* áthatását!

Határozza meg az áthatásnak

- a kúp és henger második kontúralkotóira illeszkedő 1, 2, 3, 4 pontjait és az egyikben az érintőjét,
- a tengelyek metszéspontjától 35mm távolságra lévő 5, 6, 7, 8 pontjait és az egyikben az érintőjét,
- a kettős vetületét meghatározó **a**$_{1,2}$ asszimptótáit!

Rajzolja meg az áthatási görbe kettős vetületét második képen!



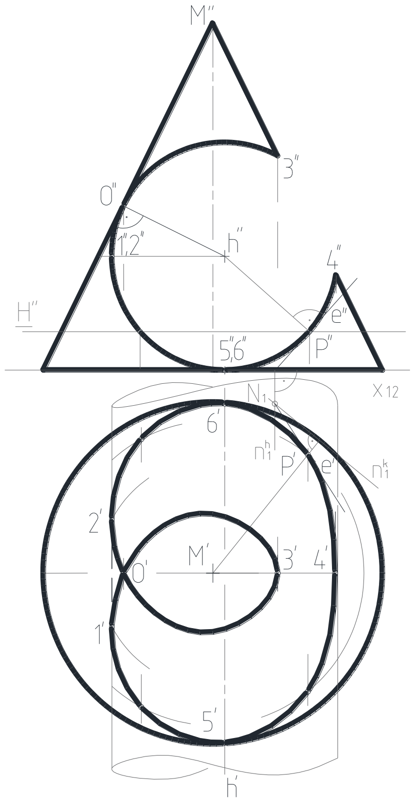


Szerkessze meg az adott, első vetítősugár tengelyű, $\underline{K}_1$ képsíkon álló forgáskúp, valamint a kúpot és a $\underline{K}_1$ képsíkot is érintő, második vetítősugár tengelyű forgáshenger áthatásának:

- Ö önmetszéspontját,
- a henger első kontúralkotójára illeszkedő **1**, **2** pontjait az érintők jelölésével,
- azon **3**, **4** pontjait az érintővel, amelyekben a pontot tartalmazó hengeralkotó az érintő,
- az **5**, **6** legalsó és **7**, **8** legfelső pontjait,
- a kúp alapsíkja felett **8mm** magasan lévő pontjait, s az elülsőben a görbe érintőjét!

Rajzolja meg az áthatási görbe második és első képét!

Ábrázolja a hengeren kívüli kúppalástot láthatóság szerint!

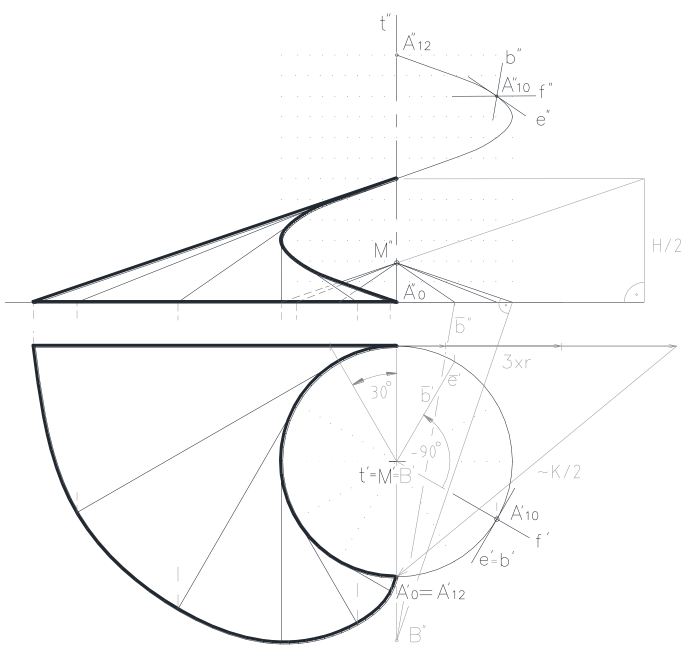


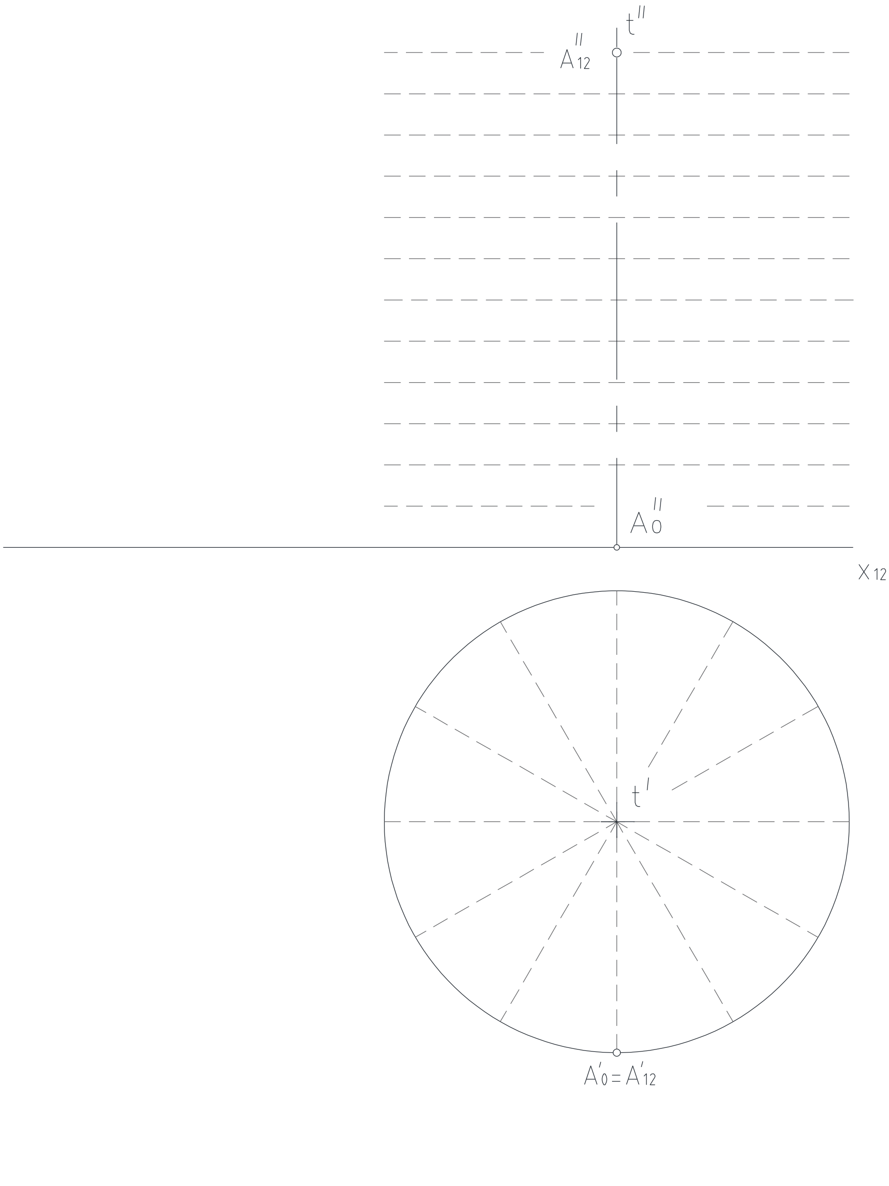
20. GYAKORLÓ FELADATLAP FORMATERVEZŐ HALLGATÓK SZÁMÁRA

Adott egy *balmenetű* csavarvonal első vetítősugár helyzetű **t** tengelye, a $\underline{K}_1$ képsíkra illeszkedő alapköre, valamint egy teljes menetének az A_0 és A_{12} pontja.

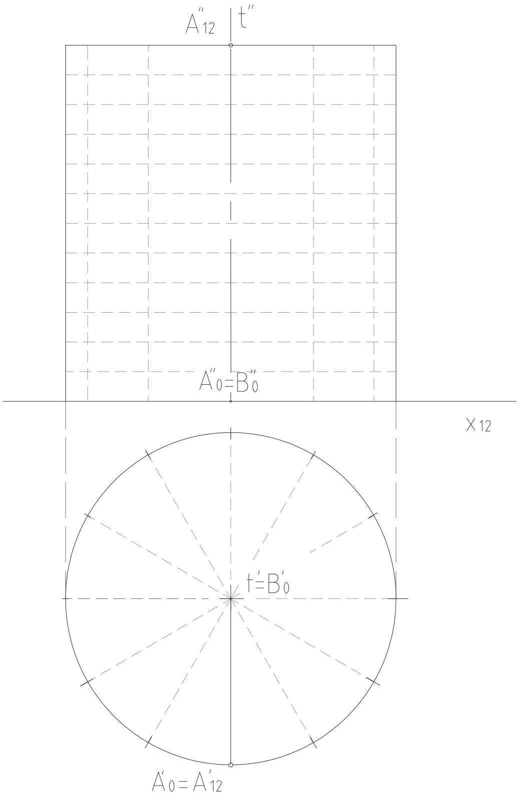
Rajzolja meg a csavarvonal

- A_0 és A_{12} pontja közti menetét,
- alapkörének közelítő kiterítését,
- érintők iránykúpjának **M** csúcspontját,
- A_{10} pontjában a kísétőtriédert,
- alsó fél menetének kifejthető csavarfelületét lezárva a $\underline{K}_1$ képsíkon lévő homlokmetszetével!

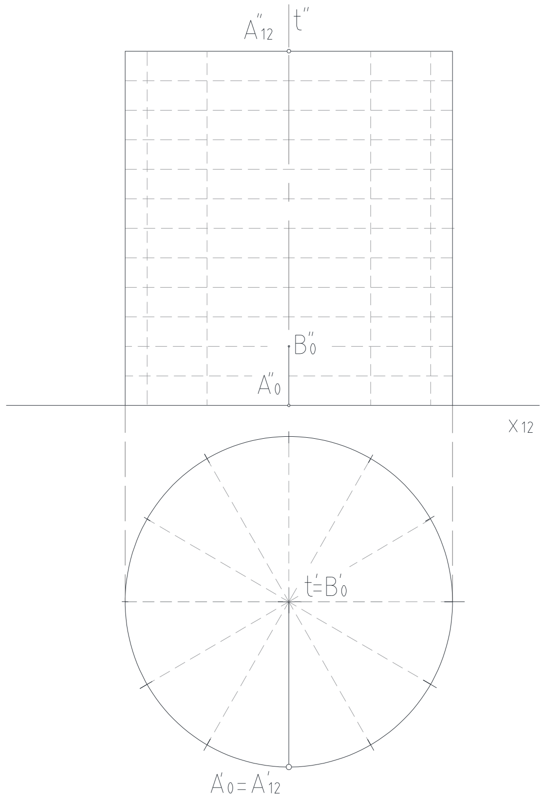




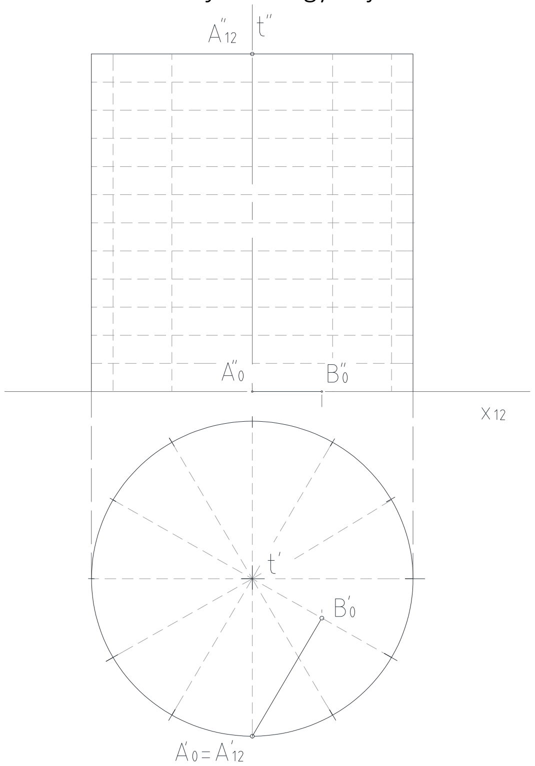
Adott a *jobbmenetű* csavarvonal első vetítősugár helyzetű **t** tengelye, a $\underline{\mathbf{K}}_1$ képsíkon lévő alapköre, valamint egy teljes menetének $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_{12}$ pontjai és a $\mathbf{B}_0$ pont. Rajzolja meg a csavarvonalat, majd az $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ alkotójú *zárt lapos menetű csavarfelület* egy teljes menetét!



Adott a *jobbmenetű* csavarvonal első vetítősugár helyzetű **t** tengelye, a $\underline{\mathbf{K}}_1$ képsíkra illeszkedő alapköre, valamint egy teljes menetének $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_{12}$ pontjai és a $\mathbf{B}_0$ pont. Rajzolja meg a csavarvonalat, majd az $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ alkotójú *nyílt lapos menetű csavarfelület* egy teljes menetét!



Adott a *balmenetű* csavarvonal első vetítősugár helyzetű **t** tengelye, a $\underline{\mathbf{K}}_1$ képsíkra illeszkedő alapköre, valamint egy teljes menetének $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_{12}$ pontjai és a $\mathbf{B}_0$ pont. Rajzolja meg a csavarvonalat, majd az $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ alkotójú *zárt éles menetű csavarfelület* egy teljes menetét!



Adott a *balmenetű* csavarvonal első vetítősugár helyzetű **t** tengelye, a $\underline{\mathbf{K}}_1$ képsíkra illeszkedő alapköre, valamint egy teljes menetének $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_{12}$ pontjai és a $\mathbf{B}_0$ pont. Rajzolja meg a csavarvonalat, majd az $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ alkotójú *nyílt éles menetű csavarfelület* egy teljes menetét!